

Máquinas hidráulicas. Problemas resueltos

E. Codina Macià
J. M^a. Bergadà Grañó
S. De Las Heras Jimenez

Nomenclatura

b = Ancho de rodete

C = Velocidad absoluta [m]

C_d = Coeficiente de descarga

C_u = Componente tangencial de la velocidad absoluta [m/s]

C_m = Componente meridiana de la velocidad absoluta [m/s]

C_p = Calor específico a presión constante [J/Kg K]

C_v = Calor específico a volumen constante [J/Kg K]

C_x = Coeficiente de arrastre

C_y = Coeficiente de sustentación

D = Diámetro del rodete [m]

D_h = Diámetro hidráulico [m]

E = Energía asociada al fluido [J/Kg][J/Kg g]

e_z = Factor de disminución del trabajo

f = Coeficiente de fricción

H = Energía por unidad de peso [J/Kg g]

H_t = Energía teórica por unidad de peso [J/Kg g]

H_{∞} = Energía teórica por unidad de peso y fluido congruente con los álabes [J/Kg g]

K_v = Coeficiente característico para válvulas [m³/h]

L = Cuerda (máquina axial) [m]

m = Caudal másico [Kg /s]

N = Potencia [Kw]

N_a = Potencia de accionamiento [Kw]

N_s = Velocidad específica dimensional de potencia

N_q = Velocidad específica dimensional de caudal

N_{pa} = Nivel de presión acústica [dB]

N_{wa} = Nivel de potencia acústica [dB]

NPSH = Altura neta positiva de aspiración [m]

P = Presión [Pa]

R = Radio [m]

R = Constante característica de cada gas [J/Kg K]

S = Sección de paso [m²]

Q = Caudal volumétrico [m^3/s]
T = Temperatura [$^{\circ}\text{C}$; K]
t = Paso (máquina axial) [m]
U = Velocidad de arrastre [m/s]
V = Velocidad media del fluido [m/s]
W = Velocidad relativa [m]
 W_u = Componente tangencial de la velocidad relativa [m/s]
 W_m = Componente meridiana de la velocidad relativa [m/s]
Y = Energía teórica por unidad de masa [J/Kg]
 Y_{∞} = Energía teórica por unidad de masa y fluido congruente con los álabes [J/Kg]
Z = Nivel de referencia (cota) [m]
Z = Número de álabes (máquina axial)

α = Ángulo relacionado con la velocidad absoluta [$^{\circ}$]
 α = Ángulo de ataque (máquina axial) [$^{\circ}$]
 β = Ángulo relacionado con la velocidad relativa [$^{\circ}$]
 γ = Ángulo de calado
 Δ = Diámetro específico
 δ = Coeficiente de giro
 ϵ = Rugosidad [m]
 $\Delta\zeta$ = Pérdidas de carga por rozamiento
 η = Rendimiento
 η_v = Rendimiento volumétrico
 η_m = Rendimiento mecánico
 η_h = Rendimiento hidráulico
 λ = Ángulo de planeo
 μ = Viscosidad dinámica [Kg/s m]
 ν = Viscosidad cinemática [m^2/s]
 ρ = Densidad [Kg/m^3]
 σ = Número de Thoma
 Φ = Cifra característica de caudal
X = Grado de reacción
 Ψ = Cifra característica de altura de elevación
 Ω = Velocidad específica adimensional
 ω = Velocidad angular [rad/s]

Tema												Página
Problema	Evolución de la energía en el interior de las máquinas	Instalaciones, conductos, serie, paralelo. AGUA	Instalaciones, conductos, serie, paralelo. AIRE	Diseño máquina radial (Teoría unidimensional). Triángulos velocidades	Diseño Máquina Axial (Teoría bidimensional). Triángulos velocidades	Análisis adimensional. Teoría de modelos	Cavitación	Diagrama de Stepanoff	Ruido en máquinas	Fluido compresible	Rendimientos	1
1	*		*	*								9
2			*									19
3			*									29
4		*		*								35
5			*									43
6			*									51
7	*		*									57
8						*						61
9						*						69
10			*			*						79
11			*			*						85
12			*	*		*						93
13	*			*								101
14			*									105
15		*										117
16		*										127
17				*								133
18			*									143
19					*							151
20												159
21												165
22					*							171
23					*							179
24												179

Problema 1

1.1 Enunciado

Una bomba centrífuga cuyas dimensiones se muestran en la figura, está diseñada para girar a 970 rpm.

El caudal en el punto de rendimiento óptimo es de $0,055 \text{ m}^3/\text{s}$.

Determinar:

1. La energía por unidad de masa teórica suponiendo que la corriente es congruente con los álabes.
2. La energía dinámica y estática del rodete y el grado de reacción de la bomba.
3. Sabiendo que la presión a la entrada de la bomba es de $h_e = -0,367 \text{ m.c. H}_2\text{O}$, calcular y trazar las distribuciones de energía estática y energía cinética a lo largo de la línea de corriente que recorre el rodete y el difusor. El rendimiento del difusor es del 80%.

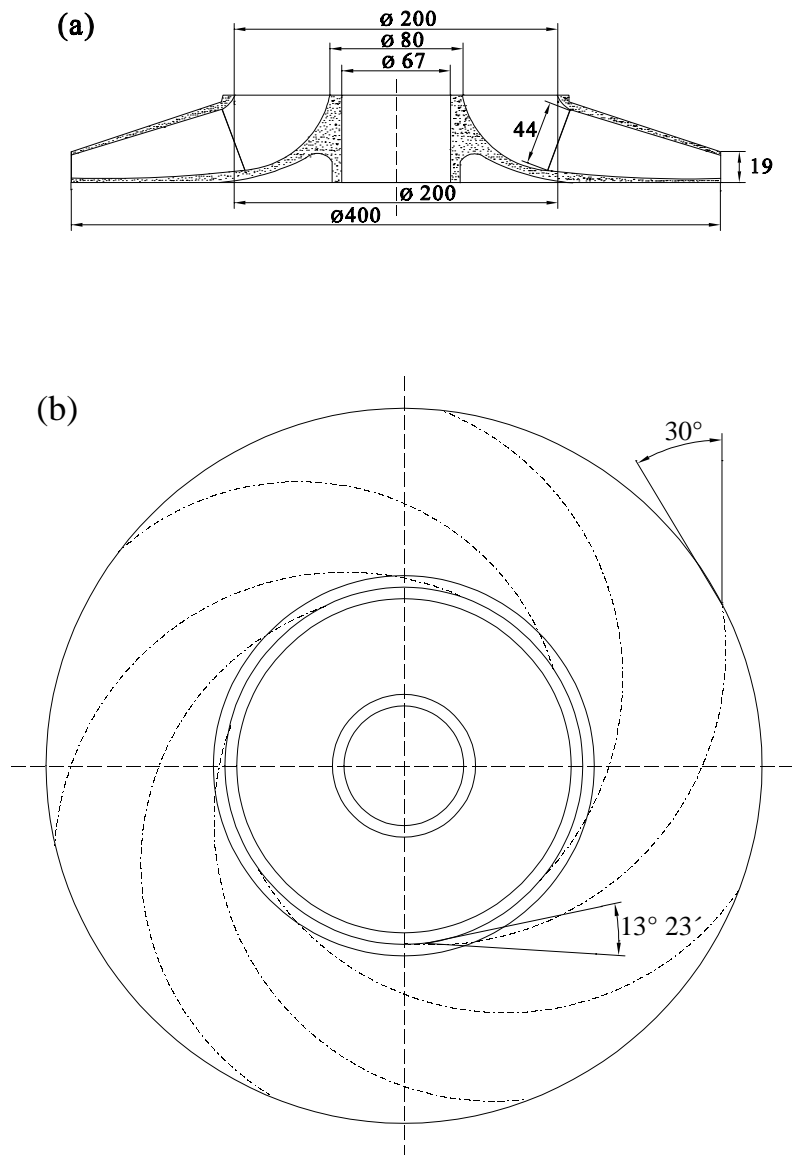


Fig. 1.1

1.2 Resolución

1. La hipótesis de que el flujo es congruente con los álabes, significa que la trayectoria relativa del fluido coincide con el trazado de un álabe.

De acuerdo con la ecuación de Euler, la energía por unidad de masa cedida al fluido es

$$Y_{t_e} = (u_2 \cdot c_{2u}) - (u_1 \cdot c_{1u}) \quad J/kg$$

en donde las velocidades tangenciales son:

$$u_2 = \omega \cdot \frac{D_2}{2} = 970 \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{0.4\text{m}}{2} = 20,32 \text{m/s}$$

$$u_1 = \omega \cdot \frac{D_1}{2} = 970 \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{0.2\text{m}}{2} = 10,16 \text{m/s}$$

Para calcular C_{2u} y C_{1u} deberemos recurrir a los triángulos de Euler a la entrada y a la salida del rodete de la bomba. Sabemos que, en el caso más general, tendrán una configuración como la esquematizada en la figura adjunta.

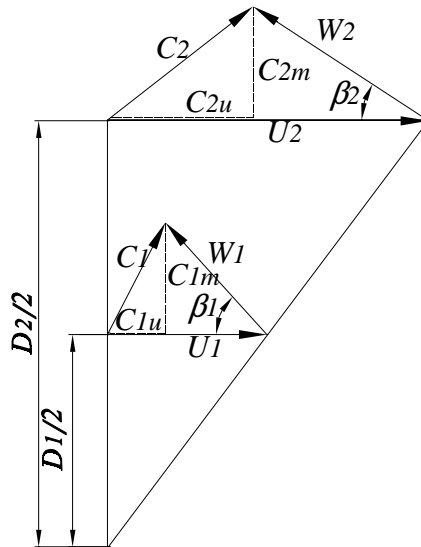


Fig. 1.2

De estos triángulos se deducen las siguientes relaciones:

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg}\beta_2}$$

$$c_{1u} = u_1 - \frac{c_{1m}}{\operatorname{tg}\beta_1}$$

donde

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2}$$

$$c_{1m} = \frac{Q}{\pi \cdot D_1 \cdot b_1}$$

Sustituyendo resulta:

$$c_{2u} = u_2 - \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot \operatorname{tg}\beta_2}$$

$$c_{2u} = 20,32\text{m/s} - \frac{0,055\text{m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,4\text{m} \cdot 0,019\text{m} \cdot \operatorname{tg}30^\circ} = 16,33\text{m/s}$$

$$c_{1u} = u_1 - \frac{Q}{\pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot \operatorname{tg}\beta_1}$$

$$c_{1u} = 10,16\text{m/s} - \frac{0,055\text{m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,2\text{m} \cdot 0,044\text{m} \cdot \operatorname{tg}13^\circ 23' } = 1,698\text{m/s}$$

$$Y_{t_u} = u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u}$$

$$Y_{t_u} = 20,32\text{m/s} \cdot 16,33\text{m/s} - 10,16\text{m/s} \cdot 1,698\text{m/s} = 314,57\text{J/kg}$$

2. La energía de elevación dinámica se define mediante la expresión:

$$Y_{t_e}^{din} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad \text{J/kg}$$

donde C es la velocidad absoluta y vale:

$$c_2^2 = c_{2m}^2 + c_{2u}^2$$

$$c_2^2 = \left[\frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} \right]^2 + [16,33 \text{ m/s}]^2 = \left[\frac{0,055 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 0,019 \text{ m}} \right]^2 + [16,33 \text{ m/s}]^2 =$$

$$= 271,97 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (\text{J/Kg})$$

$$c_1^2 = c_{1m}^2 + c_{1u}^2$$

$$c_1^2 = \left[\frac{Q}{\pi \cdot D_1 \cdot b_1} \right]^2 + [1,698 \text{ m/s}]^2 = \left[\frac{0,055 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,044 \text{ m}} \right]^2 + [1,698 \text{ m/s}]^2 =$$

$$= 6,84 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (\text{J/Kg})$$

La energía dinámica del rodete será:

$$Y_{t_{\infty}}^{din} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \frac{271,97 - 6,84}{2} = 132,56 \text{ J/kg}$$

La energía de elevación estática será:

$$Y_{t_{\infty}}^{estática} = Y_{t_{\infty}} - Y_{t_{\infty}}^{dinámica} = 314,57 - 132,56 = 182 \text{ J/Kg}$$

pudiéndose también calcular mediante la expresión:

$$Y_{t_{\infty}}^{estática} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

El grado de reacción será:

$$\chi = \frac{Y_{t_{\infty}}^{estática}}{Y_{t_{\infty}}} = \frac{182}{314,57} = 0,578 \quad (57,7\%)$$

3. Supongamos que el rodete está instalado en una carcasa en la cual las bridas de aspiración e impulsión tienen un diámetro igual a 200 mm.

En este caso la energía cinética a la entrada de la bomba será:

$$\frac{c_o^2}{2} = \left[\frac{Q}{\pi \cdot D^2} \right]^2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{c_o^2}{2} = \left[\frac{0,055 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot \frac{0,2^2}{4} \text{ m}^2} \right]^2 \cdot \frac{1}{4} = 1,532 \text{ J/Kg}$$

La energía cinética a la entrada del rodete será:

$$\frac{c_1^2}{2} = \frac{6,84 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 3,42 \text{ J/Kg}$$

La energía cinética a la salida del rodete será:

$$\frac{c_2^2}{2} = \frac{271,97 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 135,985 \text{ J/Kg}$$

La energía cinética a la salida de la bomba coincide con la energía cinética a la entrada de la bomba (porque la brida de impulsión y la de aspiración tienen la misma superficie):

$$\frac{c_3^2}{2} = \frac{c_o^2}{2} = 1,532 \text{ J/Kg}$$

En cuanto a las energías estáticas, a la entrada de la bomba tendremos:

$$Y_{o_1} = g \cdot h_1 = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (-0,367 \text{ m c.a.}) = -3,596 \text{ J/Kg}$$

porque nos dicen que la presión es de $h = -0,367$ m.c.a.

En la entrada del rodete, la energía estática disminuye para contrarrestar el aumento de la energía cinética; es decir, si para pasar de un punto a otro tenemos que

$$Y_i + \frac{c_i^2}{2} = \text{constante}$$

entonces (considerando entrada sin pérdidas):

$$Y_{o_i} - Y_{1_i} = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2}$$

$$\begin{aligned} Y_{1_i} &= Y_{o_i} - \left[\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} \right] = \\ &= -3,596 - [3,42 - 1,532] = \\ &= -7,436 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

En la salida del rodete, se debe cumplir (entre dos puntos del rodete):

luego,
$$Y_{t_e}^{estática} = Y_2 - Y_1$$

$$Y_{2_i} = Y_{1_i} + Y_{t_e}^{estática} = -7,436 + 182 = 174,56 \text{ J/Kg}$$

Y, por último, a la salida del difusor, la energía estática será:

$$Y_{3_i} = Y_{2_i} + \Delta Y_{difusor}$$

y como el difusor tiene un rendimiento del 80%, quiere decir que existe una disminución de la energía dinámica, y por ello la estática aumenta:

$$\Delta Y_{difusor} = 0,8 \cdot \Delta \left[\frac{c_2^2}{2} \right]$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_{difusor} &= 0,8 \cdot \left[\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_3^2}{2} \right] = \\ &= 0,8 \cdot [135,985 - 1,532] \text{ J/Kg} = 107,56 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

$$Y_{3_i} = 174,56 + 107,56 = 282,12 \text{ J/kg}$$

Estos valores se han representado en la siguiente figura, donde:

- punto 0 = entrada bomba
- punto 1 = entrada rodete
- punto 2 = salida rodete
- punto 3 = difusor

Cabe destacar que en el rodete (puntos 1 y 2) es donde se le comunica energía al fluido, y que en el difusor (puntos 2 y 3) se transforma la energía de dinámica a estática.

Es importante puntualizar que los puntos correlativos de la figura 1.3 se han unido mediante una línea recta, pero con esto no se quiere decir que la variación de energía entre dos puntos consecutivos sea lineal.

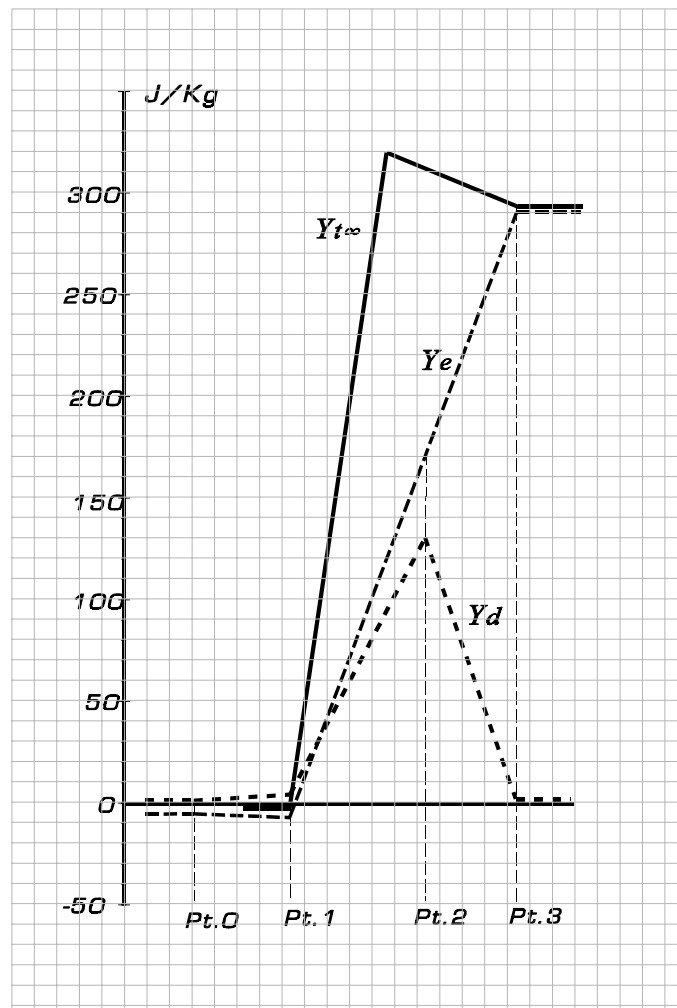


Fig. 1.3

Problema 2

Enunciado

Un ventilador impulsa $2,5 \text{ m}^3/\text{s}$ de aire a una instalación situada en una zona donde las variables de estado son:

Temperatura: $T_{\text{amb}} = 20^\circ\text{C}$

Presión barométrica: $p_{\text{atm}} = 101,3 \text{ kPa}$

Las características del ventilador son:

Tabla 2.a

Caudal (m/s)	0	1	2	3	4
Presión total (Pa)	750	755	730	590	275
Potencia (kW)	0,66	1,13	1,77	2,30	2,30

Hipótesis: no considerar las energías cinéticas:

$$\frac{V_i^2}{2g} = 0$$

Se pide:

1. Demostrar que con el objetivo de obtener el mismo flujo másico de aire a 20°C en una zona donde la presión barométrica es $80,3 \text{ kPa}$ hay que montar en serie otro ventilador idéntico al instalado.
2. Evaluar el incremento de potencia consumida por unidad de flujo másico impulsado.
3. En un determinado momento se detecta un escape de aire en las bridas que ponen en comunicación los dos ventiladores. Admitiendo que cuando la fuga es de $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ la pérdida de presión a través de la ranura es de 125 Pa , averiguar el flujo másico que impulsa el segundo ventilador.

Resolución

1. En primer lugar debemos averiguar el punto de funcionamiento de la instalación equipado con un sólo ventilador. Para ello dibujaremos la curva característica del ventilador en el plano Y-Q. No la referiremos a presiones (P vs. Q) dado que la curva característica varía al cambiar las condiciones termodinámicas del aire. Para ello utilizaremos la relación

$$Y = \frac{P}{\rho}$$

La densidad del aire en las condiciones de presión y temperatura iniciales se halla:

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} [273+20] \text{ K}} \cong 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

De donde, sustituyendo para los diferentes valores de presión de la tabla 2.a, obtenemos:

Tabla 2.b

Q (m ³ /S)	0	1	2	3	4
P (Pa)	750	755	730	590	275
Na (kW)	0,66	1,13	1,77	2,30	2,30
Y (J/kg)	625	629.2	608.3	491.7	229.2

En la figura 2.1 está representada la curva Y vs. Q_v , de donde en función de los datos del problema el punto de funcionamiento es:

$$Y = 565 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$Q = 2,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

lo que nos permite hallar la ecuación de pérdidas del sistema:

$$\Delta Y = k \cdot Q^2$$

$$k = \frac{\Delta Y}{Q^2} = \frac{565 \frac{J}{kg}}{2,5 \frac{m^3}{s}} = 90,4$$

$$\Delta Y = 90,4 \cdot Q^2$$

El caudal másico que circula por la instalación será:

$$\dot{m} = \rho_{20^\circ} \cdot Q = 1,2 \frac{Kg}{m^3} \cdot 2,5 \frac{m^3}{s} = 3 \frac{Kg}{s}$$

En las nuevas condiciones de trabajo (dado que hemos variado la presión), la densidad del aire será:

$$\rho' = \frac{P'}{RT} = \frac{80,3 \cdot 10^3 Pa}{287 \frac{J}{Kg K} [273+20] K} \cong 0,955 \frac{Kg}{m^3}$$

El enunciado nos da la condición

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

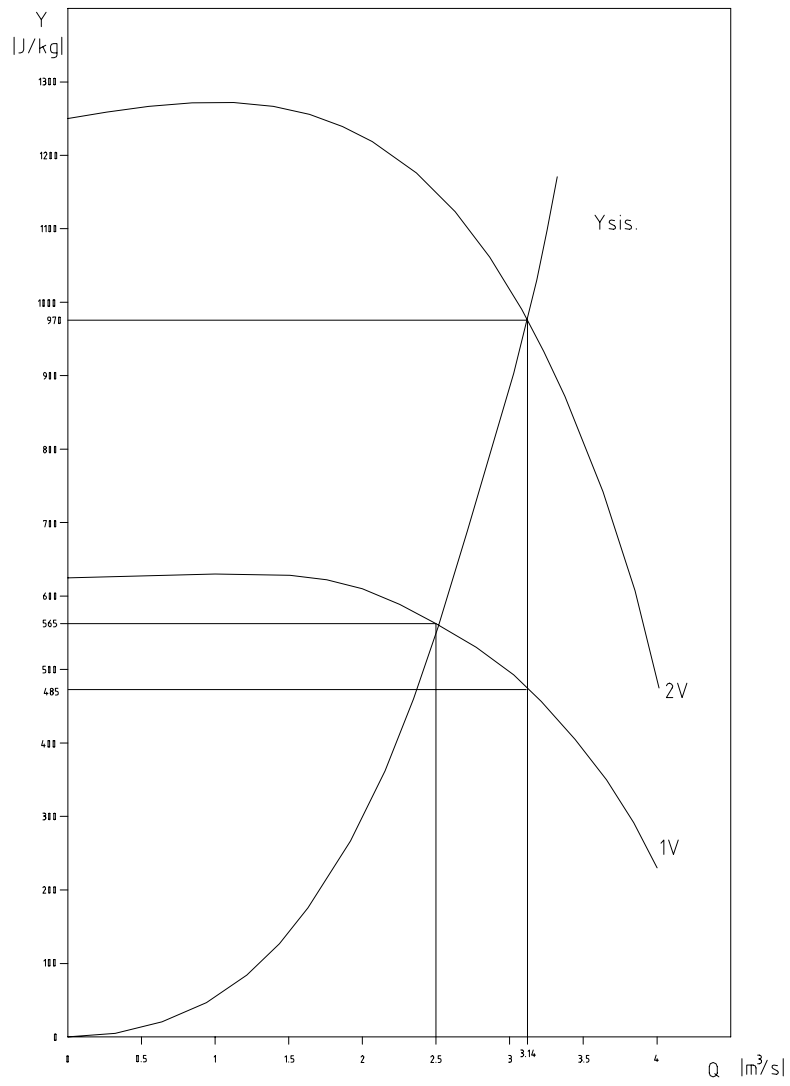
por lo que

$$Q_1 \cdot \rho_1 = Q_2 \cdot \rho_2$$

despejando Q_2 obtenemos el caudal volumétrico que circulará por la instalación para las nuevas condiciones termodinámicas y dos ventiladores en serie:

$$Q' = \frac{\dot{m}}{\rho'} = \frac{3 \frac{Kg}{s}}{0,955 \frac{Kg}{m^3}} = 3,14 \frac{m^3}{s}$$

Con el fin de comprobar que de la intersección de la curva del sistema con la de dos ventiladores en serie se obtiene el caudal acabado de hallar se han representado en la figura 2.1 dichas curvas. Se observa que se cumple lo exigido en el primer apartado.

*Fig. 2.1*

2. Para evaluar la potencia consumida en las nuevas condiciones necesitamos evaluar el rendimiento del ventilador solo, cuando éste está impulsando $Q' = 3,14 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$\eta_{T_{1V}} = \frac{\Delta P_{1V} Q'}{Na} = \frac{Y \dot{m}}{N_a} = \frac{485 \frac{\text{J}}{\text{Kg}} \times 3 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}}{2.310 \text{ W}} = 0,629 = 62,9\%$$

En las nuevas condiciones (dos ventiladores), tenemos:

$$Na'_{2V} = \frac{\Delta P'_{2V} \times Q'}{\eta_T} = \frac{Y_{2V} \dot{m}}{\eta_T} = \frac{970 \frac{\text{J}}{\text{Kg}} \times 3 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}}{0,629} = 4.626 \text{ W}$$

Por unidad de caudal:

en el primer caso (1 ventilador):

$$Na^* = \frac{Na}{Q} = \frac{2.035 \text{ W}}{2,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 814 \frac{\text{W}}{\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$

en el segundo caso (2 ventiladores):

$$Na^* = \frac{Na'}{Q'} = \frac{4626 \text{ W}}{3,14 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 1473,2 \frac{\text{W}}{\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$

y el incremento:

$$\Delta Na^* = \frac{Na'^* - Na^*}{Na^*} = \frac{1473,2 - 814}{814} = 0,809 \rightarrow 80,9\%$$

Por unidad de masa será:

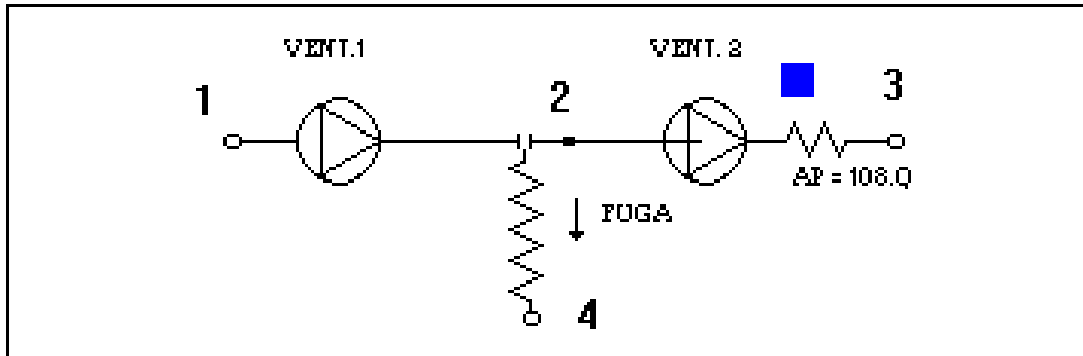
$$\text{en el primer caso (1 ventilador): } Na_{1V}^{**} = \frac{Na}{\dot{m}} = \frac{2035 \text{ W}}{3 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}} = 678,3 \frac{\text{W}}{\frac{\text{Kg}}{\text{s}}}$$

$$\text{en el segundo caso (2 ventiladores): } Na_{2V}^{**'} = \frac{Na'}{\dot{m}} = \frac{4626 \text{ W}}{3 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}} = 1.542 \frac{\text{W}}{\frac{\text{Kg}}{\text{s}}}$$

y el incremento:

$$\Delta Na^{**} = \frac{1542 - 678,3}{678},3 = 127,3\%$$

3- Ahora al tener una fuga el sistema nos queda:



La característica de pérdidas de fugas será:

$$\Delta Y = k \cdot Q^2$$

$$k = \frac{\Delta Y}{Q^2} = \frac{\Delta P}{Q^2} = \frac{125}{0,5^2} = 526,3$$

$$\Delta Y = 526,3 \cdot Q^2$$

Por continuidad se debe cumplir que

$$\dot{m}_{12} = \dot{m}_{23} + \dot{m}_{24}$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 2 y 3 resulta

$$\frac{P_2}{\rho} + z_2 g + \frac{v_2^2}{2} + Y_{VENT2} = \frac{P_3}{\rho} + z_3 g + \frac{v_3^2}{2} + \sum \zeta_{23} g$$

$$Z_2 = Z_3$$

en donde

$$\frac{v_2^2}{\rho g} = \frac{v_3^2}{\rho g} \cong 0$$

(hipótesis del enunciado)

Despejando la energía de presión en 2, tenemos

$$\frac{P_2}{\rho} = \frac{P_3}{\rho} + \Delta Y_{23} - Y_{V_2}$$

Si admitimos que $P_3 = P_{\text{manométrica}} = 0$ (p.relative), nos queda que:

$$\frac{P_2}{\rho} = \Delta Y_{23} - Y_{V_2}$$

A continuación dibujamos en el plano Y vs Q las curvas que dan lugar al nuevo punto de funcionamiento del sistema (Fig. 2.2)

0: curva de pérdidas de la rama 2-4:

$$\Delta Y = 526,3 \cdot Q^2$$

1: curva característica del ventilador 1: Y_{v1}

2: curva característica del ventilador 2 cambiada de signo: $-Y_{v2}$

3: curva de pérdidas de la rama 2-3:

$$\Delta Y = 90,4 \cdot Q^2$$

4: curva 2 restada de la curva 3:

$$\Delta Y_{23} - Y_{v2}$$

5: suma en paralelo de las curvas 4 y 0:

La intersección de la curva 5 con la curva 1 nos da el nuevo punto de funcionamiento:

$$Q_{VENT1} = 3,65 \frac{m^3}{s}$$

$$Y_{VENT1} = 338 \frac{J}{kg}$$

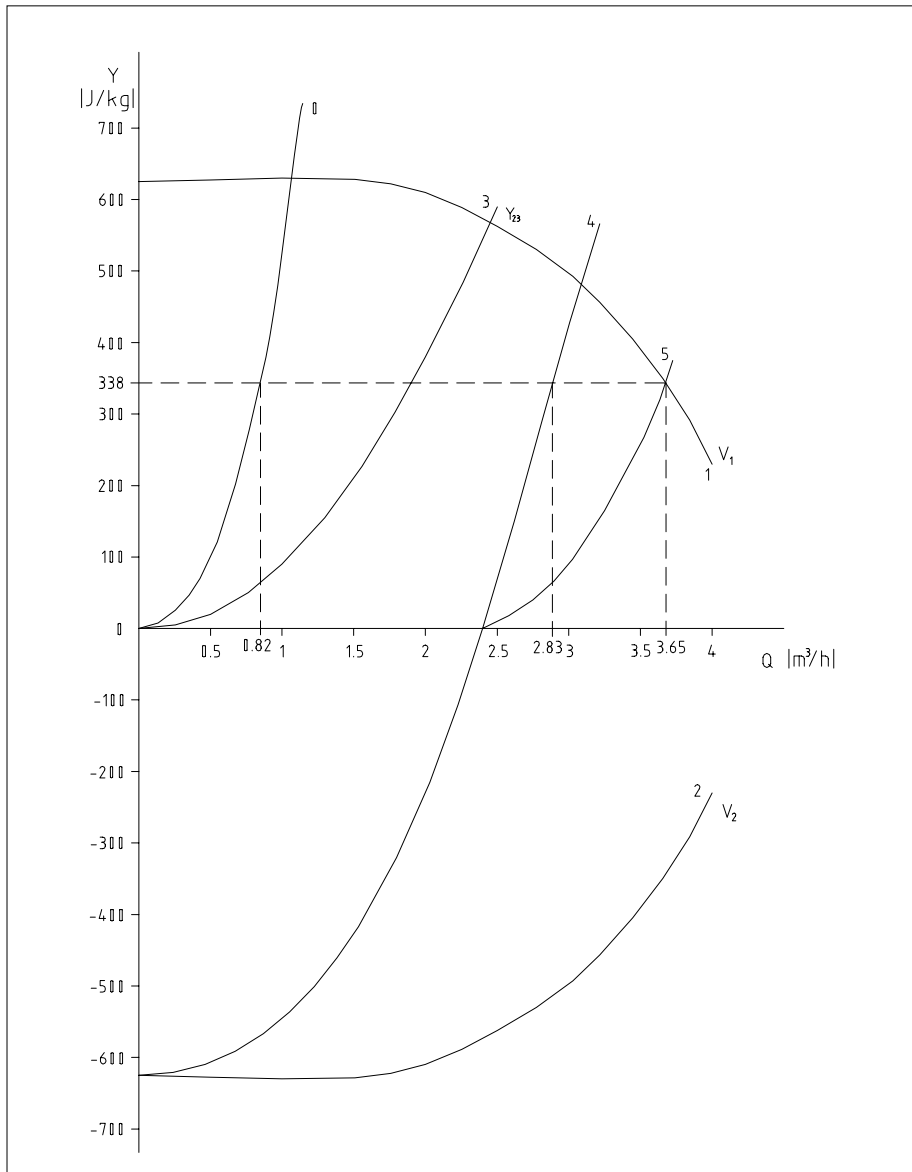


Fig. 2.2

De las gráficas se deduce:

$$Q_{FUGA} = 0,82 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_{VENT2} = 2,83 \frac{m^3}{s}$$

Con lo que el flujo másico impulsado por el segundo ventilador será:

$$\dot{m} = 2,83 \frac{m^3}{s} \cdot 0,954 \frac{kg}{m^3} = 2,7 \frac{kg}{s}$$

Problema 3

Enunciado

Para refrigerar el aceite usado en una máquina de tratamiento térmico se utiliza un intercambiador de calor aceite/aire y un ventilador centrífugo. La información técnica disponible de ambos elementos es la siguiente. Para el intercambiador, y con relación al conducto de aire, se sabe que cuando se hace pasar un caudal de $2,5 \text{ m}^3/\text{s}$ de aire a temperatura de 18°C , la pérdida de presión entre las bridas de entrada y salida del intercambiador es de:

$$\Delta P = P_e - P_s = 550 \text{ Pa}$$

Con relación al ventilador, se sabe que ha sido ensayado en las siguientes condiciones ambientales: $T = 20^\circ\text{C}$ y $P = 101325 \text{ Pa}$.

En la tabla se resumen los resultados experimentales obtenidos.

Tabla 3.a

Q (m^3/s)	P_{TOTAL} (Pa)	N_{EJE} (kW)
0	750	0,66
1	755	1,13
2	730	1,77
3	590	2,30
4	275	2,30

Con la instalación en marcha, el aire entra en el intercambiador de calor a 15°C y sale a una temperatura de 93°C .

Se pide:

1. Determinar el flujo másico de aire que impulsa el ventilador cuando éste se instala delante del intercambiador de calor.
2. Evaluar el porcentaje de disminución de flujo másico en el caso particular de que el ventilador aspire aire a través del intercambiador.
3. Calcular el consumo de energía suministrada por el motor de accionamiento para ambos casos.

Resolución

1.- En primer lugar hay que evaluar la pérdida de energía que se produce en la citada instalación. Para ello debemos aplicar un balance de energía entre el punto 0 y el punto 4 (Bernuilli entre 0-4):

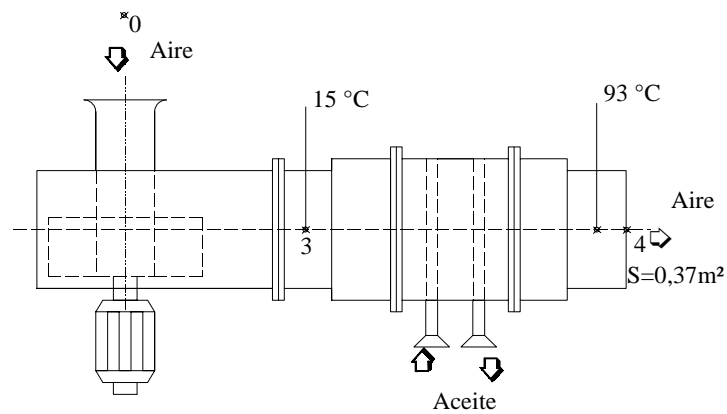


Fig. 3.1

$$\frac{P_0}{\rho_{AIRE, 15^\circ C}} + z_0 g + \frac{v_0^2}{2} + Y_{sist} = \frac{P_4}{\rho_{AIRE, 93^\circ C}} + z_4 g + \frac{v_4^2}{2} + \Delta Y_{0-4}$$

donde:

$$P_4 = P_0 \text{ (presión atmosférica y } \rho_{15^\circ} \approx \rho_{93^\circ} \text{)}$$

$$z_0 = z_4 \text{ (cota de referencia)}$$

$$v_0 = 0$$

$$v_4 = Q/S \text{ (salida de instalación, donde } S = 0,37 \text{ cm}^2\text{)}.$$

Sustituyendo resulta:

$$Y_{SISTEMA} = \frac{V_4^2}{2} + \Delta Y_{0-4} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_4}{S} \right)^2 + \Delta Y_{0-4}$$

Si suponemos

$$\Delta Y_{0-4} \sim \Delta Y_{INTERCAMBIADOR}$$

luego:

$$Y_{SISTEMA} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_4}{S} \right)^2 + \Delta Y_{INTERCAMBIADOR} \quad (3.1)$$

Hay que tener presente que la pérdida de carga o energía que posee el fluido a su paso por el intercambiador de calor es función de la energía cinética:

$$\Delta E = f \left(\frac{v^2}{2} \right) = f'(Q^2)$$

y, en general, la energía cinética se determina en la sección de paso mínimo.

Esto significa que la curva característica expresada como caída de energía por unidad de masa, J/kg en función del caudal, es independiente de la densidad del fluido:

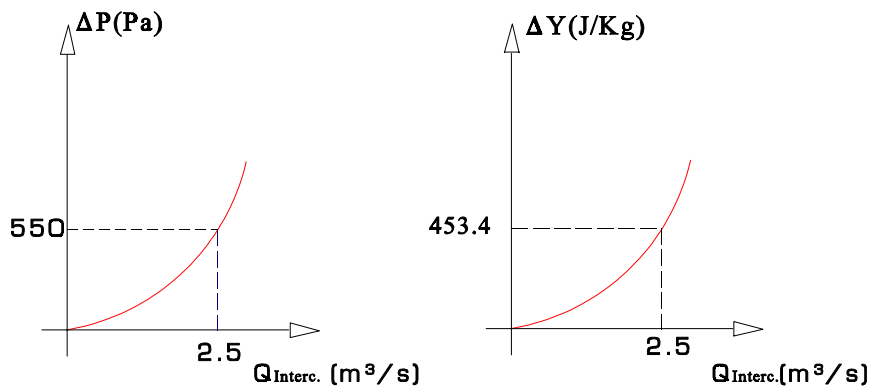


Fig. 3.2

donde:

$$\Delta Y [J/kg] = \frac{\Delta P [Pa]}{\rho_{AIRE}^{18^\circ C}}$$

y, en nuestro caso:

$$\rho_{AIRE}^{18^\circ C} = \frac{101325 Pa}{287 J/kg K \cdot (273 + 18) K} = 1,213 kg/m^3$$

$$\Delta Y [J/kg] = \frac{550 Pa}{1,213 kg/m^3} = 453,34 J/kg$$

Luego, la curva característica de pérdida de energía en función del caudal será:

$$\Delta Y [J/kg] = A \cdot Q^2 \quad Q [m^3/s]$$

$$\text{con } A = \frac{453,34 J/kg}{(2,5 m^3/s)^2} = 72,53 (J/kg)/(m^3/s)^2$$

$$\Delta Y = 72,53 Q_{INTERC}^2 \quad (3.2)$$

Sustituyendo (3.2) en (3.1) resulta:

$$Y_{SISTEMA} = \frac{1}{2} \left[\frac{Q_4}{S} \right]^2 + 72,53 Q_{INTERC}^2 \quad (3.3)$$

Por otra parte, la ecuación de continuidad nos permite escribir:

$$\dot{m} = \rho_{AIRE}^{15^\circ C} Q = \rho_{AIRE}^{15^\circ C} Q_{VENTIL} = \rho_{AIRE}^{T=54} Q_{INTERC} = \rho_{AIRE}^{93^\circ C} Q_4$$

Despejando tenemos:¹

$$Q_4 = \frac{\rho_{AIRE}^{15^\circ C}}{\rho_{AIRE}^{93^\circ C}} Q_{VENTIL} \quad (3.4)$$

1

Con el objetivo de simplificar el problema hemos supuesto que la densidad del aire en el intercambiador es la correspondiente a la temperatura media $(15+94)/2=54^\circ C$.

$$Q_{INTERC} = \frac{\rho_{AIRE}^{15^{\circ}C}}{\rho_{AIRE}^{T=54^{\circ}C}} Q_{VENTIL} \quad (3.5)$$

Luego, sustituyendo en (3.3):

$$Y_{SISTEMA} = \frac{1}{2} \frac{1}{S^2} \left[\frac{\rho_{AIRE}^{15^{\circ}C}}{\rho_{AIRE}^{93^{\circ}C}} Q_{VENTIL} \right]^2 + 72,53 \left[\frac{\rho_{AIRE}^{15^{\circ}C}}{\rho_{AIRE}^{T=54^{\circ}C}} Q_{VENTIL} \right]^2$$

en donde

$$\rho_{aire}^t = \frac{101325 Pa}{287 \frac{J}{kgK} \cdot [273 + t]K}$$

siendo, para

$$t = 15^{\circ}C \quad \rho_{AIRE}^{15^{\circ}C} = 1,226 kg/m^3$$

$$t = 54^{\circ}C \quad \rho_{AIRE}^{54^{\circ}C} = 1,0796 kg/m^3$$

$$t = 93^{\circ}C \quad \rho_{AIRE}^{93^{\circ}C} = 0,965 kg/m^3$$

por lo que

$$Y_{SISTEMA} = \frac{1}{2} \frac{1}{0,37^2} \left[\frac{1,226}{0,965} Q_{VENTIL} \right]^2 + 72,53 \left[\frac{1,226}{1,0796} Q_{VENTIL} \right]^2$$

$$Y_{SISTEMA} = 99,43 Q_{VENTIL}^2 \quad (3.6)$$

Con relación a la curva característica del ventilador debemos tener en cuenta que la energía transmitida por el rodete al fluido es

$$Y = e_z \eta_H Y_{t_w} = e_z \eta_H [u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}]$$

y el caudal de aire impulsado

$$Q = \pi D_2 b_2 \eta_V K_2 c_{2m}$$

Ambos conceptos, Y y Q , son independientes de la densidad del fluido, y la curva $Y_{VENTIL} = f(Q_{VENTIL})$ es única.

$$Y_{VENTIL} = f(Q_{VENTIL}) \quad (3.7)$$

Para cualquier temperatura, la curva característica del ventilador será:

Tabla 3.b

Q (m^3/s)	ΔP_{TOTAL} (Pa)	Y (J/kg)	N_{abs} (kW)	η_{TOTAL}
INVARIANTE	aire 20 °C	INVARIANTE	aire 20 °C	INVARIANTE
0	750	622,0	0,66	-
1	755	626,6	1,13	0,668
2	730	605,8	1,77	0,825
3	590	489,6	2,30	0,77
4	275	228,2	2,30	0,48

$$\rho_{AIRE}^{20^\circ C} = \frac{P}{RT} = \frac{101\,325\,Pa}{287 \frac{J}{kgK} (273 + 20)K} = 1,2049\,kg/m^3$$

$$\eta_{TOTAL} = \frac{\Delta P_{TOTAL} Q}{N_{abs}}$$

La resolución del sistema de ecuaciones (3.6) y (3.7) nos dará el punto de funcionamiento de la instalación cuando el ventilador está delante del intercambiador de calor.

En la figura 3.4 se muestra la resolución gráfica.

Tabla 3.c

Q_{VENTIL} (m^3/s)	Y_{VENTIL} (J/kg)	$Y_{SISTEMA}$ (J/kg)
0	622,0	0
1	626,6	99
2	605,8	398
3	489,6	895
4	228,2	1591

Punto de funcionamiento:

$$Q = 2,4 \text{ m}^3/\text{s}$$

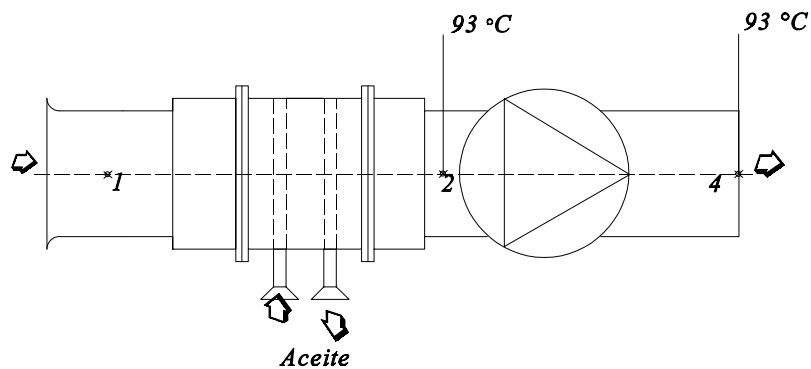
$$Y = 575 \text{ J/kg}$$

El flujo másico de aire impulsado por el ventilador será:

$$\dot{m} = \rho_{\text{AIRE}}^{15^\circ\text{C}} Q_{\text{VENTIL}} = 1,226 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,4 \text{ m}^3/\text{s} = 2,94 \text{ kg/s}$$

2. En este caso el ventilador trabaja con aire a una temperatura de 93°C. Su curva característica no cambia, pero no ocurre lo mismo con la curva característica del sistema.

De acuerdo con la ecuación de continuidad tenemos:



$$\dot{m} = \rho_{\text{AIRE}}^{54^\circ\text{C}} Q_{\text{INTERC}} = \rho_{\text{AIRE}}^{93^\circ\text{C}} Q_{\text{VENTIL}} = \rho_{\text{AIRE}}^{93^\circ\text{C}} Q_4 \quad (3.8)$$

y, por tanto, la ecuación de la curva característica del sistema se transforma en:

$$\begin{aligned} Y_{\text{SISTEMA}}' &= \frac{1}{2} \left[\frac{Q_4}{S} \right]^2 + 72,53 Q_{\text{INTERC}}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{S^2} \left[\frac{\rho_{\text{AIRE}}^{93^\circ\text{C}}}{\rho_{\text{AIRE}}^{T=54^\circ\text{C}}} Q_{\text{VENTIL}} \right]^2 + 72,53 \left[\frac{\rho_{\text{AIRE}}^{93^\circ\text{C}}}{\rho_{\text{AIRE}}^{T=54^\circ\text{C}}} Q_{\text{VENTIL}} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{0,37^2} \left[\frac{0,965}{1,0796} \right]^2 Q_{\text{VENTIL}}^2 + 72,53 \left[\frac{0,965}{1,0796} \right]^2 Q_{\text{VENTIL}}^2 \\ Y_{\text{SISTEMA}}' &= 60,87 Q_{\text{VENTIL}}^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

El punto de funcionamiento de la nueva instalación vendrá definido por la solución del sistema de ecuaciones (3.7) y (3.9).

Tabla 3.d

Q_{VENTIL} (m^3/s)	Y_{VENTIL} (J/kg)	$Y_{SISTEMA}$ (J/kg)
0	622,0	0,0
1	626,6	60,8
2	605,8	243,48
3	489,6	547,83
4	228,2	973,92

En la figura se muestra la resolución gráfica.

Punto de funcionamiento: $Q = 2,9 m^3/s$
 $Y = 510 J/kg$

El flujo másico aspirado por el ventilador será:

$$\dot{m} = \rho_{AIRE}^{93^\circ C} Q_{VENTIL} = 0,695 kg/m^3 \cdot 2,9 m^3/s = 2,798 kg/s$$

y, por tanto:

$$\Delta \dot{m}(\%) = \frac{\dot{m}_{1^{ER}}_{caso} - \dot{m}_{2^\circ}_{caso}}{\dot{m}_{1^{ER}}_{caso}} = \frac{2,94 kg/s - 2,798 kg/s}{2,94 kg/s} = 4,8\%$$

Se experimenta una reducción del 4.8%.

3. La potencia consumida será para cada caso:

$$N_{abs} = \frac{Y \rho Q}{\eta_T} = \frac{Y \dot{m}}{\eta_T}$$

en el primer caso:
$$N_{abs}^{1^{er} caso} = \frac{575 \frac{J}{kg} \cdot 2,94 \frac{kg}{s}}{0,826} = 2046 W$$

en el segundo caso:
$$N_{abs}^{2^{o} caso} = \frac{510 \frac{J}{kg} \cdot 2,798 \frac{kg}{s}}{0,781} = 1827 W$$

Lo que significa que

$$\Delta N(\%) = \frac{N_{abs}^{1^{ER} caso} - N_{abs}^{2^{o} caso}}{N_{abs}^{1^{er} caso}} = \frac{2046 W - 1827 W}{2046 W} = 10,7\%$$

Se produce una reducción del 10,7%.

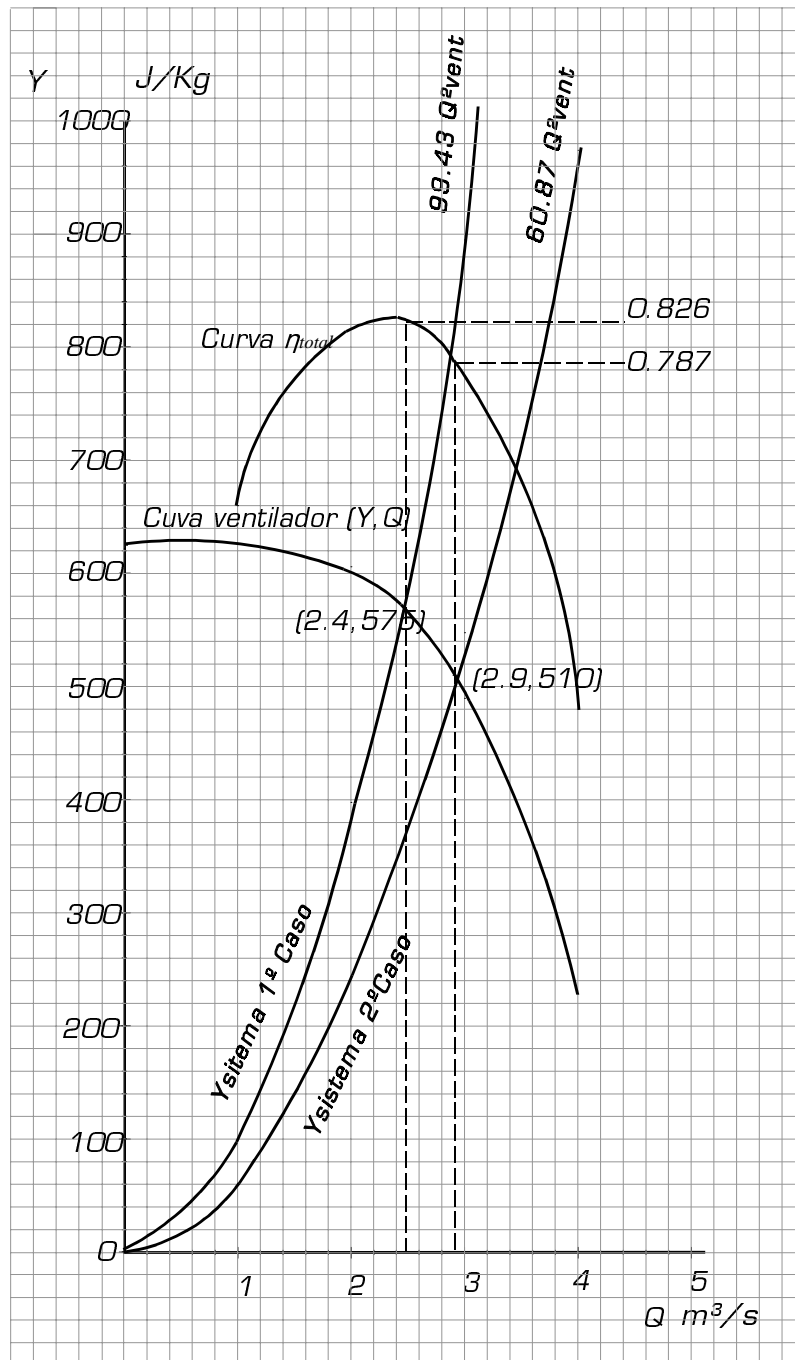


Fig. 3.4

Problema 4

4.1 Enunciado

Un ventilador axial, accionado por un motor eléctrico que gira a 750 rpm, hace circular aire por una instalación de secado como la que se esquematiza en la figura 4.1.

Al ponerlo en marcha el aire se encuentra a una temperatura de 32°C y una presión de 740 mm de Hg. Los dos manómetros diferenciales de columna de agua conectados a la instalación marcan una diferencia de nivel de 10 mm de agua.

Al cabo de una hora y después de un periodo de calentamiento, la temperatura del aire se mantiene constante e igual a 50°C. La presión en el interior de la cámara de secado ha aumentado en 60 mm c Hg.

Se pide:

1. ¿Qué potencia consume el motor eléctrico al poner el ventilador en marcha si el rendimiento total del ventilador es del 70%?
2. Evaluar la curva característica de la instalación.
3. En las condiciones de régimen permanente de la instalación de secado, después de una hora de funcionamiento y suponiendo que las lecturas de los manómetros inclinados no han cambiado, evaluar en tanto por ciento el aumento de potencia eléctrica.
4. Trabajando en estas mismas condiciones ¿qué presión estática reina a la salida del ventilador si reducimos la velocidad de accionamiento en un 25%?

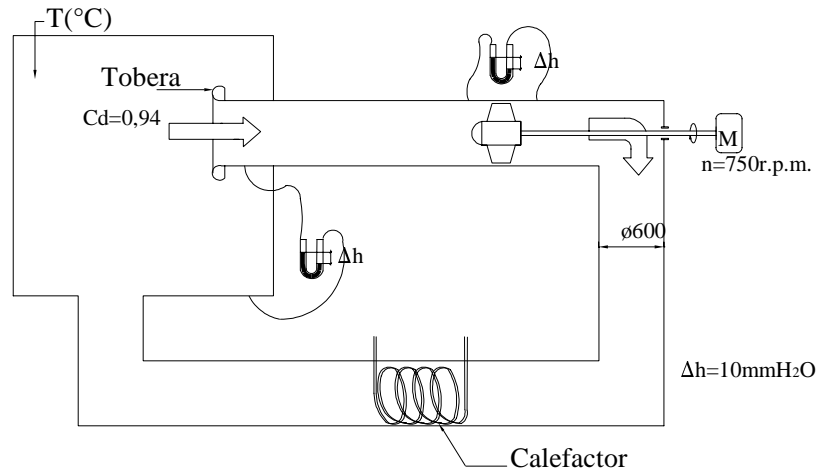


Fig. 4.1

4.2 Resolución

El esquema de la instalación indicada es:

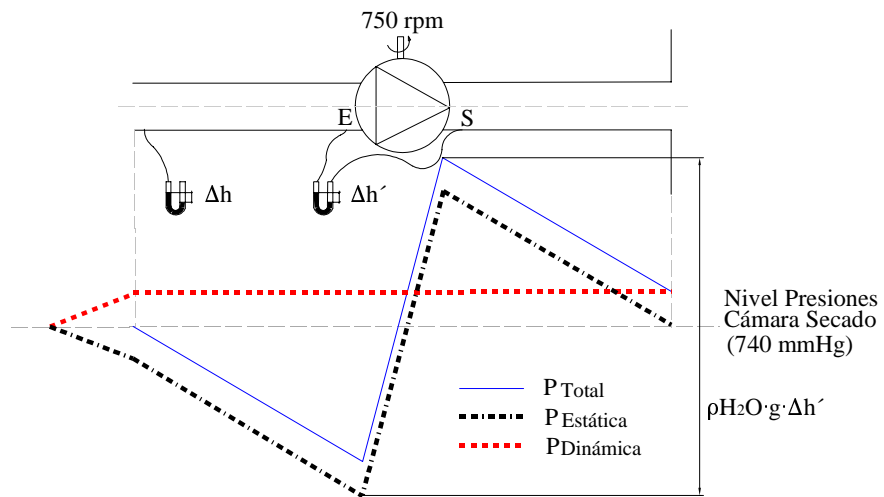


Fig. 4.2

1.- La potencia que consume el ventilador es:

$$N_a = \frac{\rho g H Q}{\eta_{total}} = \frac{\Delta P Q}{\eta_{total}}$$

Para calcularla tenemos que evaluar la altura de elevación y el caudal que suministra el ventilador. El caudal que fluye a través de la tobera es:

$$Q = C_d S \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$

donde el coeficiente de derrame vale:

$$C_d = 0,94$$

$$\Delta P = \rho_{H_2O} g \Delta h = 1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 0,010 m = 98 Pa$$

$$\rho_{aire} = \frac{P}{RT} = \frac{0,74 \cdot 13\,600 \cdot 9,8 Pa}{287 \frac{J}{Kg \cdot K} (273 + 32)^\circ K} = 1,1267 \frac{Kg}{m^3}$$

Sustituyendo resulta:

$$Q = 0,94 \cdot 0,2827 m^2 \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 Pa}{1,1267 \frac{Kg}{m^3}}} = 3,5 \frac{m^3}{s}$$

La altura de elevación se puede calcular teniendo en cuenta que:

$$\frac{P_e}{\rho g} + z_e + \frac{v_e^2}{2g} + H = \frac{P_s}{\rho g} + z_s + \frac{v_s^2}{2g}$$

o bien:

$$H = \frac{P_s - P_e}{\rho g} + z_s - z_e + \frac{v_s^2 - v_e^2}{2g}$$

donde:

$$H = \frac{P_s - P_e}{\rho g} = \frac{\rho_{H_2O} g \Delta h'}{\rho g} = \frac{1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 0,010 m}{1,1267 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2}} = 8,87 m$$

$$z_s - z_e = 0$$

$$\frac{v_s^2 - v_e^2}{2g} = 0$$

$$\Delta P_{total} = \rho g H = 1,1267 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 8,87 m = 98 Pa$$

La potencia consumida será:

$$N_a = \frac{\rho g H Q}{\eta} = \frac{P Q}{\eta} = \frac{98 Pa \cdot 3,5 \frac{m^3}{s}}{0,7}$$

$$N_a = 489,7 W$$

2. La curva característica del circuito o instalación es de tipo parabólico:

$$\Delta \zeta = K Q^2 \quad Q \text{ (m}^3\text{/s)}$$

$$\Delta \zeta \text{ (m)}$$

en el punto de funcionamiento: $\Delta \zeta = H_{funcionamiento}$

$$K = \frac{\Delta \zeta}{Q^2} = \frac{8,87 m}{3,5^2 \left(\frac{m^3}{s} \right)^2} = 0,724$$

Para cualquier caudal:

$$\Delta \zeta = 0,724 \cdot Q^2$$

3. Si las condiciones de funcionamiento han cambiado, observamos que la densidad del aire será:

$$\rho_{\text{aire}} = \frac{P}{RT} = \frac{\frac{(740 + 60)}{1000} \frac{m}{m \cdot c \cdot Hg} \cdot 13600 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2}}{287 \frac{J}{Kg \cdot K} (273 + 50) K} = 1,1502 \frac{kg}{m^3}$$

La variación de la densidad nos afecta en la fórmula del caudal que fluye a través de la tobera:

$$Q = C_d S \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho_{\text{aire}}}}$$

$$Q = 0,94 \cdot 0,2827 m^2 \sqrt{\frac{2 \cdot 98 Pa}{1,1502 \frac{Kg}{m^3}}} = 3,47 \frac{m^3}{s}$$

y en la presión total del ventilador

$$\Delta P = \rho_{\text{aire}} g H_{\text{total}}$$

donde:

$$H_{\text{total}} = \frac{\rho_{H_2O} \Delta h}{\rho_{\text{aire}}} = \frac{1000 \cdot 0,010}{1,1502} = 8,694 m$$

$$\Delta P_{\text{total}} = 1,1502 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 8,694 m = 98 Pa$$

En consecuencia, la potencia será:

$$N_{a'} = \frac{Q \Delta P}{\eta_T} = \frac{98 Pa \cdot 3,47 \frac{m^3}{s}}{0,7} = 485,8 W$$

$$\Delta N = \frac{N_{a'} - N_a}{N_a} = \frac{485,8 - 489,7}{489,7} = -0,00796 \quad (-0,8\%)$$

4. Al cambiar las revoluciones del motor hemos de recurrir al análisis dimensional.

Para ello supondremos que el rendimiento total del ventilador no varía:

$$\Psi = \frac{H}{\omega^2 \cdot D^2} \Rightarrow \frac{H}{\omega^2} = \text{const}$$
$$\Phi = \frac{Q}{\omega \cdot D^3} \Rightarrow \frac{Q}{\omega} = \text{const}$$

Entonces se cumplirá:

$$Q = Q_1 \frac{\omega}{\omega_1} = 3,47 \frac{m^3}{s} 0,75 = 2,60 \frac{m^3}{s}$$
$$H = H_1 \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 = 8,694 m 0,75^2 = 4,890 m$$

o bien:

$$\Delta P_{total} = \rho g H = 1,1502 \frac{Kg}{m^3} 9,8 \frac{m}{s^2} 4,890 m = 55,16 Pa$$

Problema 5

5.1 Enunciado

Una bomba centrífuga puede equiparse con una serie de rodets, cuyos diámetros D_2 son 648, 570 y 500 mm.

Las curvas características de la bomba accionada a 2000 rpm, obtenidas en un banco de ensayo, se muestran en la figura 5.1.

Sabiendo que el ángulo de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete es igual a $\pi/2$, se pide:

1. Evaluar el rendimiento hidráulico de la bomba equipada con los distintos rodets, cuando funciona en el punto de rendimiento total máximo.

Admitir que los rendimientos volumétrico y mecánico valen, respectivamente:

$$\eta_V = 0,95 \quad \eta_M = 0,99$$

2. Suponiendo que el factor de disminución del trabajo es igual a: $e_x=0,8$ y que el coeficiente característico de la velocidad meridiana a la salida del rodete puede evaluarse mediante la correlación.

$$k_{c_{2m}} = \frac{c_{2m}}{\sqrt{2gH}} = 0,175\Omega^{0,675}$$

calcular la ecuación característica de la cámara espiral.

Suponer que el ancho de la cámara espiral es constante, es decir, $b_2=b_3=b_4$, el diámetro a la entrada de la cámara espiral es $D_3=650$ mm, y el rodete instalado sigue un diámetro de $D_2=648$ mm.

3. En una determinada instalación se han montado dos bombas en serie equipadas con rodetes de 500 mm. Funcionando correctamente, el caudal impulsado es de $1600 \text{ m}^3/\text{s}$. Sin embargo, se observa que cuando el caudal incrementa en un 25%, la bomba empieza a experimentar una cavitación incipiente.

A la vista de las curvas NPSH se intuye que una posible solución para evitar estos problemas consiste en quitar una de las bombas y sustituir el rodete de la otra bomba por un rodete de 648 mm. Definir los límites de funcionamiento de la nueva instalación. ¿Cubre las necesidades de la primera instalación? ¿Cabe esperar un ahorro de energía?

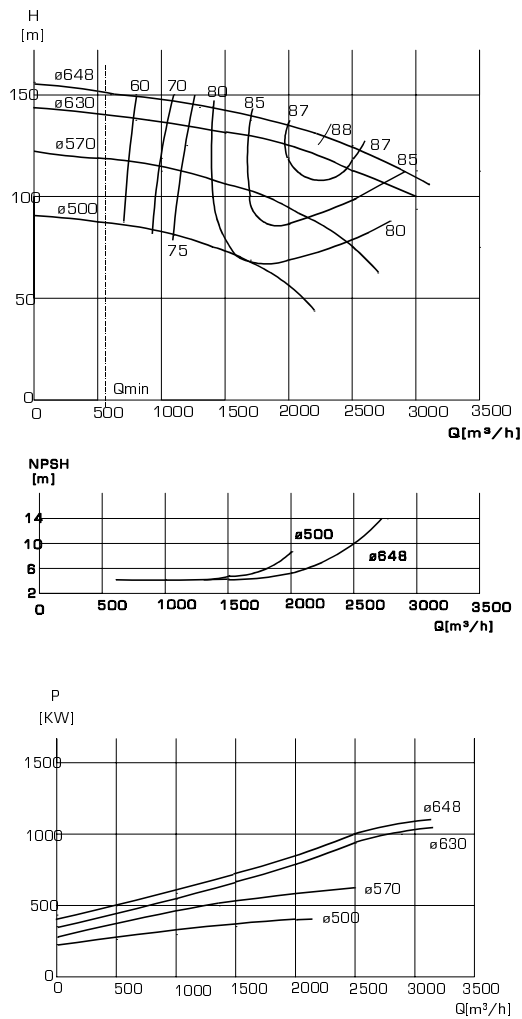


Fig.5.1

5.2 Resolución

1. De las curvas características podemos deducir los rendimientos totales de la bomba con los distintos rodets:

Tabla 6.a BOMBA

η_{TOTAL}	A ₆₄₈ ^o	B ₆₃₀ ^o	C ₅₇₀ ^o	C ₅₀₀ ^o
(%)	88	87,6	86	80

De la definición de rendimiento total se puede deducir:

$$\eta_T = \eta_H \cdot \eta_V \cdot \eta_M$$

$$\eta_H = \frac{\eta_T}{\eta_V \cdot \eta_M} = \frac{\eta_T}{0,95 \cdot 0,99} = \frac{\eta_T}{0,94}$$

Tabla 6.b

η_H	A ₆₄₈ ^o	B ₆₃₀ ^o	C ₅₇₀ ^o	C ₅₀₀ ^o
(%)	93,6	93,19	91,49	85,1

2. Para una cámara espiral de ancho constante la ecuación es la expresión de una espiral logarítmica, es decir,

$$\alpha = \text{constante}$$

En nuestro caso,

$$\alpha = \alpha_2 = \text{arctg} \frac{c_{2m}}{c_{2u}}$$

Por un lado, para deducir C_{2m} disponemos de la siguiente correlación:

$$\frac{c_{2m}}{\sqrt{2gh}} = 0,175 \cdot \Omega^{0,675}$$

Para la bomba equipada con el rodete ($d=648$), el punto de funcionamiento óptimo es:

$$H \cong 130 \text{ m}$$

$$Q \cong 2324 \text{ m}^3/\text{h} = 0,6456 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\omega = 209,44 \text{ rad /s}$$

$$\Omega = \omega \cdot \frac{\sqrt{Q}}{Y^{\frac{3}{4}}}$$

$$\Omega = 209,44 \text{ rad /s} \cdot \frac{[0,6456 \text{ m}^3/\text{s}]^{\frac{1}{2}}}{[130 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2]^{\frac{3}{4}}} = 0,789$$

Sustituyendo:

$$\begin{aligned} c_{2m} &= 0,175 \cdot \Omega^{0,675} \cdot \sqrt{2 \cdot Y} = \\ &= 0,149 \cdot \sqrt{2 \cdot 1274 \text{ J/Kg}} = 7,52 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Por otro lado, $Y_{t_w} = u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u}$

Suponiendo entrada sin giro:

$$HIP. \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$Y_{t_w} = u_2 \cdot c_{2u}$$

$$Y = Y_{t_w} \cdot e_z \cdot \eta_H = u_2 \cdot c_{2u} \cdot e_z \cdot \eta_H$$

luego

$$c_{2u} = \frac{Y}{u_2 \cdot e_z \cdot \eta_H}$$

$$c_{2u} = \frac{1274 \text{ J/kg}}{209,44 \text{ rad /s} \cdot \frac{0,648 \text{ m}}{2} \cdot 0,80,936} \cong 25 \text{ m/s}$$

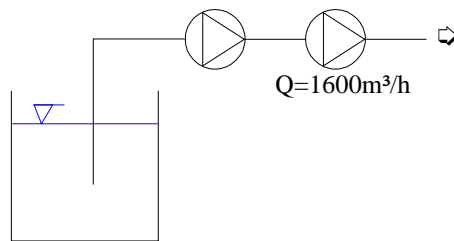
De todo lo anterior se deduce:

$$\alpha_2 = \arctg \frac{c_{2m}}{c_{2u}} = \arctg \frac{7,52 \text{ m/s}}{25 \text{ m/s}} = 16,70^\circ$$

La ecuación de la cámara espiral es

$$\alpha_2 = 16,70^\circ = \text{cte.}$$

3.



Cuando el caudal incrementa un 25% ($1600 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1,25 = 2000 \text{ m}^3/\text{s}$), la bomba empieza a cavitarse; esto significa que:

$$NPSH_d = NPSH_r$$

De las gráficas, $NPSH_r \Big|_{500 \phi} \cong 8,5 \text{ m}$.

De aquí se deduce que $NPSH_d \Big|_{INSTAL} = 8,5 \text{ m}$.

Si optamos por instalar una bomba con un rodete de 648 mm de diámetro, observaremos que el caudal máximo que permite impulsar la bomba sin cavitarse es aquel para el cual:

$$NPSH_d \Big|_{INSTAL} = NPSH_r \Big|_{RODETE \ 648 \ \phi}$$

De la gráfica se deduce:

$$Q = 2405 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H = 126,8 \text{ m}$$

$$N_a = 960 \text{ kW}$$

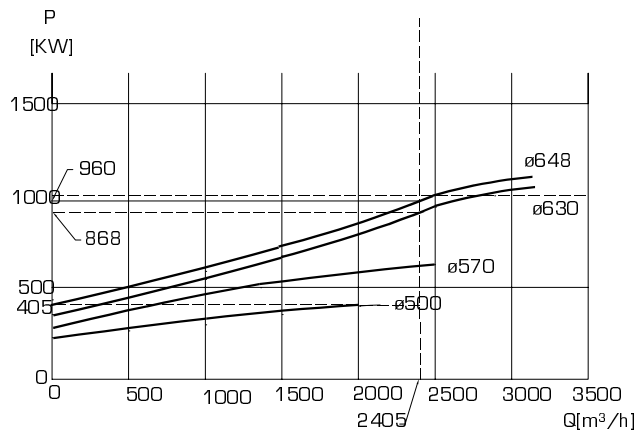
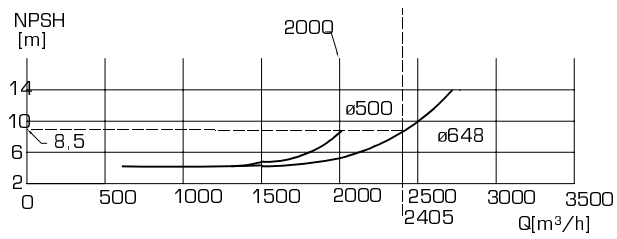
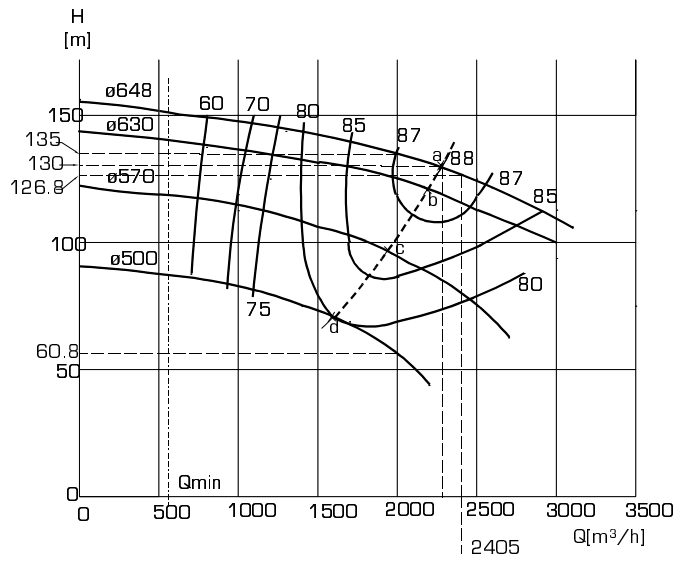


Fig. 5.2

En la primera instalación, las prestaciones eran:

$$Q = 2000 \text{ m}^3/h$$

$$H = 2.H_{500 \phi} = 2.60,8 \text{ m} = 121,6 \text{ m.}$$

$$N_a = 2.Na_{500 \phi} = 2.405,4 = 810 \text{ kW}$$

Por lo tanto, podemos concluir que la segunda instalación supera en prestaciones a la primera.

A igualdad de caudal impulsado, la potencia consumida será:

1ª instalación :

$$Q = 2000 \text{ m}^3/h$$

$$H = 121,6 \text{ m}$$

$$N_a = 810 \text{ kW}$$

2ª instalación :

$$Q = 2000 \text{ m}^3/h$$

$$H = 135 \text{ m}$$

$$Na = 868 \text{ kW}$$

Se observa un pequeño incremento en el consumo de potencia:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{868 - 810}{810} = 0,0716$$

$$[7,16\%]$$

Problema 6

6.1 Enunciado

Un aspirador doméstico va equipado con un ventilador centrífugo radial tal como se ha esquematizado en la figura 6.1

El punto de funcionamiento del ventilador, cuando la bolsa de papel filtrante es nueva, está definido por:

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = 2050 \text{ mm c H}_2\text{O}$$

$$Q = 3160 \text{ l/min}$$

$$n = 20000 \text{ rpm}$$

Sabiendo que la curva característica del tramo de tubería, incluida la boquilla de aspiración, está definida por la expresión

$$\Delta P_{\text{tubería}} = 2,75 \cdot Q^2; \quad Q[\text{m}^3/\text{s}]; \quad P[\text{MPa}]$$

y que la curva característica del ventilador alrededor del punto de funcionamiento se puede caracterizar por la tangente a la curva, definida por la expresión

$$\frac{\partial[\Delta P]}{\partial Q} = -1,266 \frac{\text{MPa}}{\text{m}^3/\text{s}}$$

Se pide:

1. Evaluar la curva característica de la bolsa de papel filtrante.
2. Estimar el incremento (%) del caudal que aspira el ventilador si en un determinado momento se rompe la bolsa de papel filtrante.
3. Admitiendo un factor de disminución del trabajo igual a $e_z = 0,85$, calcular el rendimiento hidráulico del ventilador centrífugo radial. Justificar todas las hipótesis utilizadas.

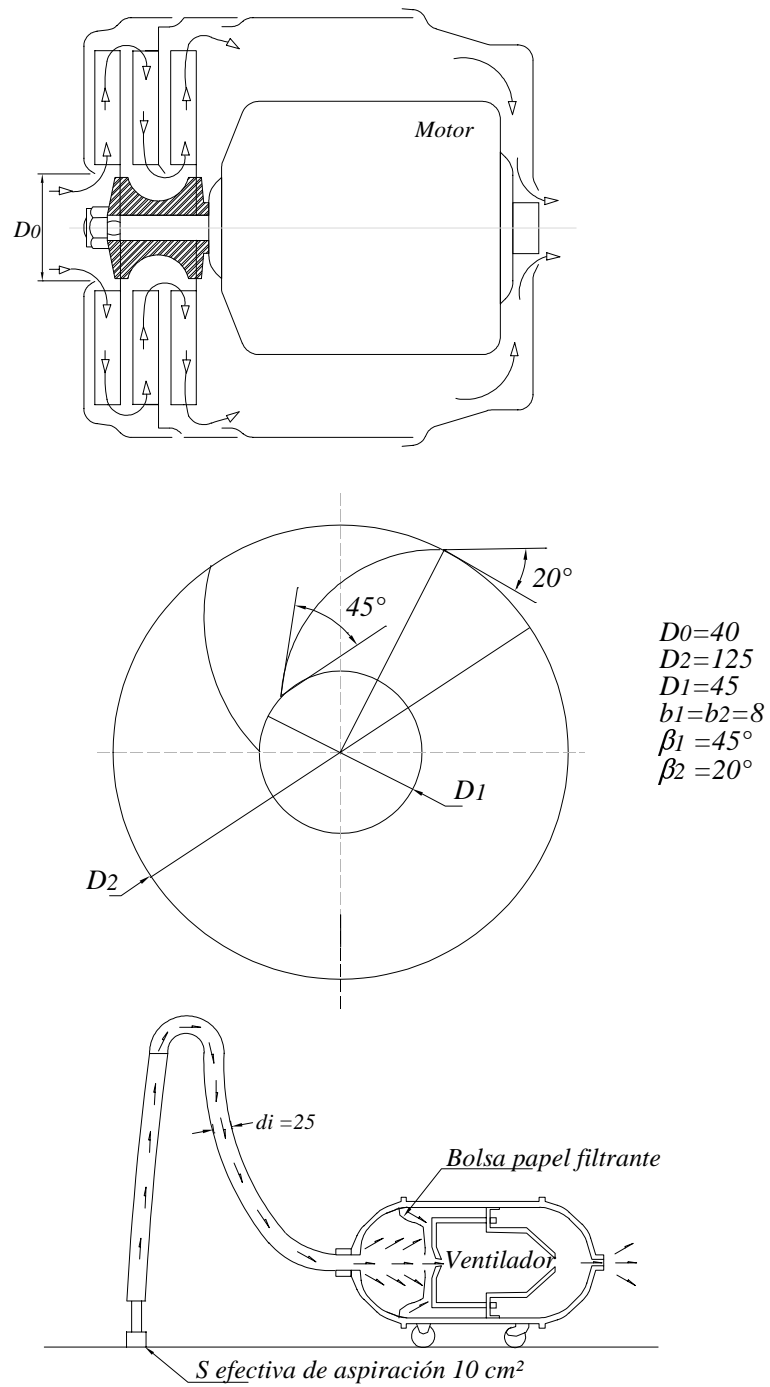
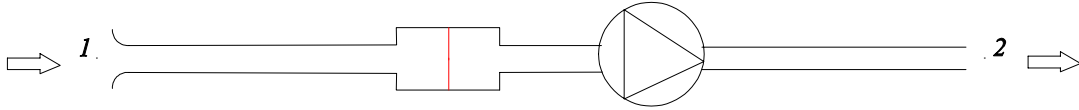


Fig. 6.1

6.2 Resolución

1. Esquemáticamente tenemos una instalación similar a:



Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 resulta:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gz_1 + Y = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \Sigma\zeta_{12}$$

en donde:

$$\frac{P_1}{\rho} \cong \frac{P_2}{\rho} \cong \frac{P_{atm}}{\rho}$$

$$\frac{v_1^2}{2} \cong 0 ; \quad \frac{v_2^2}{2} \cong 0$$

(Hipótesis: sección de salida muy grande)

$$gz_1 = gz_2$$

$$Y = g \Sigma\zeta_{12}$$

o bien:

$$Y_{\text{VENTILADOR}} = g (\zeta_{\text{TUBERIA}} + \zeta_{\text{BOLSA FILTRANTE}})$$

y en términos de presión:

$$\Delta P_{\text{VENTILADOR}} = \rho_{\text{aire}} g \zeta_{\text{TUBERIA}} + \rho_{\text{aire}} g \zeta_{\text{BOLSA FILTRANTE}}$$

$$\Delta P_{\text{VENTILADOR}} = \Delta P_{\text{TUBERIA}} + \Delta P_{\text{BOLSA FILTRANTE}}$$

Admitiendo que la pérdida de presión de la bolsa filtrante es del tipo:

$$\Delta P_{\text{BOLSA FILTRANTE}} = kQ^2$$

$$\Delta P_{\text{VENTILADOR}} = 2,75Q^2 + kQ^2; \quad (6.1)$$

en donde:

$$\Delta P_{\text{VENTILADOR}} \text{ en [MPa]} \quad \text{y} \quad Q \text{ en [m}^3/\text{s]}$$

Sabiendo que el ventilador impulsa un caudal de $3160 \text{ l/min} = 0.0527 \text{ m}^3/\text{s}$ bajo una diferencia de presión de:

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{VENTILADOR}} &= \Delta H[\text{mcH}_2\text{O}] * \rho_{\text{H}_2\text{O}} * g = 2.050 \text{ m} * 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} * 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \\ &= 20090 \text{ Pa} = 0.02009 \text{ MPa} \end{aligned}$$

sustituyendo en la ecuación 6.1, resulta:

$$0.02009 \text{ MPa} = 2.75 * [0.0527 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}]^2 + k * [0.0527 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}]^2$$

y despejando K :

$$k = \frac{0.02009 - 0.007637}{0,0527^2} \frac{\text{MPa}}{(\text{m}^3/\text{s})^2} = 4,4837 \frac{\text{MPa}}{(\text{m}^3/\text{s})^2}$$

La curva característica de la bolsa filtrante es:

$$\Delta P_{\text{BOLSA FILTRANTE}} = 4,4837 Q^2$$

2. Por una parte sabemos que la curva característica del sistema [tubería + bolsa filtrante] es:

$$\Delta P_{\text{SISTEMA}} = 2,75 Q^2 + 4,4837 Q^2 \qquad \Delta P_{\text{SISTEMA}} = 7,2337 Q^2$$

y, por otra parte, la curva característica del ventilador se puede aproximar mediante una recta tangente del tipo:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

o bien:

$$\Delta P - \Delta P_0 = m[Q - Q_0]$$

$$\Delta P = \Delta P_0 + m[Q - Q_0]$$

en donde

$$\Delta P_0 = 0,02009 \text{ MPa}$$

$$Q_0 = 0,0527 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$m = \frac{\partial[\Delta P]}{\partial Q} = -1,266$$

Luego, sustituyendo numéricamente:

$$\Delta P = 0,02009 - 1,266[Q - 0,0527]$$

$$\Delta P = 0,0868 - 1,266 Q$$

2. Si la bolsa de papel filtrante se rompe, la curva característica del sistema viene representada exclusivamente por la curva característica de la tubería:

$$\Delta P_{\text{SISTEMA}} = \Delta P_{\text{TUBERIA}} = 2,75 Q^2$$

La intersección de ambas curvas nos permite evaluar el punto de funcionamiento:

$$\Delta P_{\text{VENTILADOR}} = 0,0868 - 1,266 Q$$

$$\Delta P_{\text{SISTEMA}} = 2,75 Q^2$$

Gráficamente (Fig. 6.2) o bien analíticamente se deduce que el nuevo punto de funcionamiento es:

$$\Delta P_{\text{VENTILADOR}} = \Delta P_{\text{SISTEMA}}$$

$$2,75 Q^2 = 0,0868 - 1,266 Q$$

$$2,75 Q^2 + 1,266 Q - 0,0868 = 0$$

$$Q^2 + 0,46036 Q - 0,03156 = 0$$

$$Q = \frac{-0,46036 \pm \sqrt{0,46036^2 + 4 \cdot 0,03156}}{2}$$

$$Q = 0,0606 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = -0,52 m^3 \text{ (no tiene sentido)}$$

Para $Q=0,0606 m^3/s$ le corresponde un incremento de presión igual a:

$$\Delta P_{VENTILADOR} = 0,0868 - 1,266 \cdot (0,0606)$$

$$\Delta P_{VENTILADOR} = 0,0100804 \text{ MPa} \quad [10080 \text{ Pa}]$$

El incremento de caudal es:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{0,0606 - 0,0527}{0,0527} = 0,1499 ; \quad [15.0\%]$$

3. A la vista del croquis del ventilador (Fig. 6.1) se deduce:

$$Y_{t\infty} = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u} \quad (6.2)$$

en donde:

$$u_1 = \omega \frac{D_1}{2} = 20000 \text{ rpm} \frac{2\pi}{60s} \frac{0,045 \text{ m}}{2} = 47,12 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \omega \frac{D_2}{2} = 20000 \text{ rpm} \frac{2\pi}{60s} \frac{0,125 \text{ m}}{2} = 130,9 \text{ m/s}$$

$$c_{1m} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{0,05266 m^3/s}{\pi \cdot 0,045 \text{ m} \cdot 0,008 \text{ m}} = 46,56 \text{ m/s}$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{0,05266 m^3/s}{\pi \cdot 0,125 \text{ m} \cdot 0,008 \text{ m}} = 16,76 \text{ m/s}$$

$$w_{1u} = \frac{c_{1m}}{\text{tg} \beta_1} = \frac{46,56 \text{ m/s}}{\text{tg} 45^\circ} = 46,56 \text{ m/s}$$

$$w_{2u} = \frac{c_{2m}}{\text{tg} \beta_2} = \frac{16,76 m/s}{\text{tg} 20^\circ} = 46,05 \text{ m/s}$$

$$c_{1u} = u_1 - w_{1u} = 47,12 \text{ m/s} - 46,56 \text{ m/s} = 0,56 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = u_2 - w_{2u} = 130,9 \text{ m/s} - 46,05 \text{ m/s} = 84,85 \text{ m/s}$$

Sustituyendo en la expresión 6.2, obtenemos.

$$\begin{aligned} Y_{t_u} &= u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u} = 130,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 84,85 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 47,12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \\ &= 11080,5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \left[\frac{\text{J}}{\text{Kg}} \right] // \text{RODETE} \end{aligned}$$

$$Y = [Y_{t_u}]_{\text{VENTILADOR}} \cdot e_z \cdot \eta_H \quad (6.3)$$

donde $e_z = 0,85$.

$$[Y_{t_u}]_{\text{VENTILADOR}} = 2[Y_{t_u}]_{\text{RODETE}}$$

Téngase presente que el ventilador está constituido por dos rodets en serie separados por una corona difusora:

$$[Y_{t_u}]_{\text{VENTILADOR}} = 2 \cdot 11080,5 \frac{\text{J}}{\text{Kg}} = 22.161 \frac{\text{J}}{\text{Kg}}$$

De la ecuación 6.3 resulta:

$$\begin{aligned} \eta_H &= \frac{Y}{e_z [Y_{t_u}]_{\text{VENTILADOR}}} \\ \eta_H &= \frac{\frac{\Delta P}{\rho_{\text{AIRE}}}}{e_z [Y_{t_u}]_{\text{VENTILADOR}}} = \frac{\frac{20090 \text{ Pa}}{1,2 \text{ Kg/m}^3}}{0,85 \cdot 22161 \frac{\text{J}}{\text{Kg}}} = 0,888 \quad (89\%) \end{aligned}$$

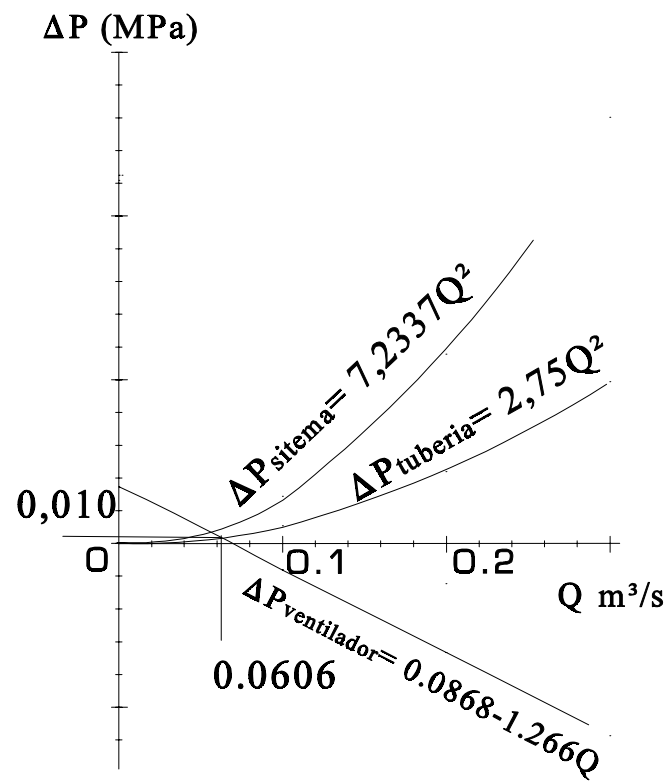


Fig. 6. 2

Problema 7

7.1 Enunciado

Para trasegar gases de unos altos hornos se utiliza un ventilador (temperatura de los gases = 50 °C).

Los gases son aspirados de un recinto en el que reina una presión relativa igual a 103 Kp/m² y deben ser impulsados hacia la canalización de alimentación de los hornos; en el extremo final de la canalización la presión total es igual a 200 Kp/m².

La instalación está situada a 1000 metros respecto al nivel del mar y está constituida por los siguientes elementos:

- un filtro situado en el conducto de aspiración del ventilador que opone una resistencia de 50 mm de columna de H₂O,
- una canalización de aspiración cuya pérdida de carga es 90 mm de columna de H₂O,
- una canalización de impulsión cuya pérdida de carga es 120 mm de columna de H₂O,

Sabiendo que el caudal es de 100 m³/s, que la velocidad media del fluido a la brida de entrada del ventilador es 20 m/s y en la brida de salida del mismo es 25 m/s, y que el rendimiento total es aproximadamente 70%, se pide:

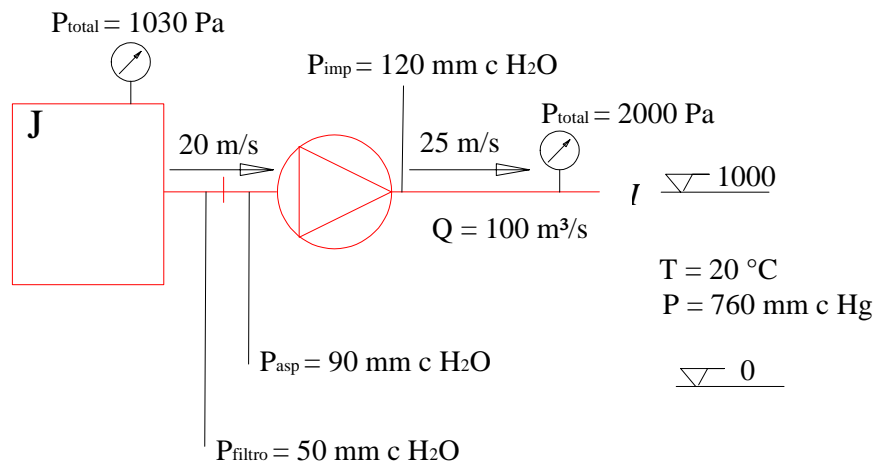
1. Evaluar las energías estática y dinámica en la sección correspondiente a la brida de entrada del ventilador.
2. Evaluar la presión estática absoluta que reina a la salida del ventilador. La presión atmosférica a nivel del mar es 760 mm Hg.
3. Calcular la energía por unidad de masa cedida al fluido a su paso por el ventilador.

4. La potencia requerida para accionar el ventilador. Estimar el tipo de ventilador.

5. Indicar cómo varía la energía total a lo largo de la instalación.

Hipótesis: la línea de energía de posición es una línea horizontal.

7.2 Resolución

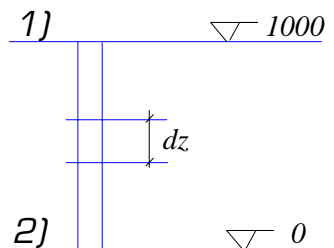


1. En primer lugar vamos a calcular la densidad de los gases:

$$\rho = \frac{P_1}{RT}$$

donde P_1 es la presión a la cota 1000 sobre el nivel del mar.

Tenemos que: $dP = -\rho \cdot g \cdot dz$



Si admitimos un proceso de compresión isotérmico nos encontramos con:

$$dP = -\frac{P}{RT} \cdot g \cdot dz$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT} \cdot dz$$

o bien, integrando esta última expresión:

$$\int_{P_0}^{P_1} \frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT} \cdot \int_{z_0}^{z_1} dz \Rightarrow \ln \frac{P_1}{P_0} = -\frac{g}{RT} \cdot [z_1 - z_0]$$

Numéricamente:

$$\ln \frac{P_1}{P_0} = -\frac{9,8 \text{ m/s}^2}{287 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}} \cdot [1000 \text{ m} - 0] = 0,1165$$

$$P_1 = P_0 \cdot e^{-0,1165} = 0,8899 \cdot P_0$$

$$P_1 = 0,760 \text{ m} \cdot 1360 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,8899 = 90140 \text{ Pa}$$

La densidad del gas será:

$$\rho_{\text{gas}} = \frac{P_1}{RT_1}$$

Admitiendo que R es idéntica a la del aire:

$$R = 287 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}$$

nos encontramos con la siguiente expresión:

$$\rho_{\text{gas}} = \frac{90140 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}} [237 + 50]} = 0,9724 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

La energía dinámica en la brida de aspiración será:

$$\frac{C_{\text{asp}}^2}{2} = \frac{[20 \text{ m/s}]^2}{2} = \frac{400}{2} = 200 \frac{\text{J}}{\text{Kg}}$$

La energía estática en la brida de aspiración se puede deducir aplicando la ecuación de la energía entre el punto J y la brida de aspiración.

$$E_{total_j} = E_{dinámica_{ASP}} + E_{estática} + \Sigma \Delta E_{ASP}$$

en donde:

$$E_{total_j} = \frac{P_{total\ recinto}}{\rho_{gas}} = \frac{1030Pa}{0,9724 \frac{Kg}{m^3}} = 1059,2 \frac{J}{Kg}$$

$$\Sigma \Delta E_{ASP} = \Sigma \Delta \frac{P}{\rho_{gas}} = \frac{\frac{1000Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot [0,090 + 0,050]m}{0,9724 \frac{Kg}{m^3}}$$

$$\Sigma \Delta E_{ASP} = 1410,94 \frac{J}{Kg}$$

$$E_{dinámica_{ASP}} = 200 \frac{J}{Kg}$$

Luego:

$$E_{estática_{ASP}} = 1059,2 - 200 - 1410,94 = -551,74 \frac{J}{Kg}$$

2. Para evaluar la presión estática "absoluta" a la salida de la brida de impulsión del ventilador podemos proceder de forma análoga, es decir, aplicando la ecuación de la energía entre la brida de impulsión y el punto I:

$$E_{estática_{IMP}} + E_{dinámica_{IMP}} = E_{total_i} + \Sigma \Delta E_{IMP}$$

en donde:

$$E_{dinámica_{IMP}} = C_{IMP}^2 = \frac{[25m/s]^2}{2} = 312,5 \frac{J}{Kg}$$

$$E_{total_i} = \frac{P_{total_i}}{\rho_{gas}} = \frac{2000Pa}{0,9724 \frac{Kg}{m^3}} = 2056,76 \frac{J}{Kg}$$

$$\Sigma \Delta E_{IMP} = \frac{\Sigma \Delta P_{IMP}}{\rho_{gas}} = \frac{\frac{1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot [0,120m]}{0,9724 \frac{Kg}{m^3}}}{0,9724 \frac{Kg}{m^3}} = 1209,4 \frac{J}{kg}$$

Luego:

$$E_{estática_{IMP}} = 2056,76 + 1209,4 - 312,5 = 2953,6 \frac{J}{Kg}$$

Como nos piden la presión:

$$P_{estática_{IMP}} = \rho_{gas} \cdot E_{estática_{IMP}} = 0,9724 \frac{Kg}{m^3} \cdot 2953,6 \frac{J}{Kg} = 2872 Pa$$

la presión "absoluta" será:

$$P_{estática_{IMP}^{ABS}} = 2872 Pa + 90140 Pa = 93012 Pa$$

3. Aplicando la ecuación de la energía entre ambas bridas resulta:

$$E_{total_{ASP}} + Y = E_{total_{IMP}}$$

$$Y = E_{total_{IMP}} - E_{total_{ASP}}$$

donde:

$$E_{total_{ASP}} = E_{estática_{ASP}} + E_{dinámica_{ASP}} = -551,74 + 200 = -351,74 \frac{J}{Kg}$$

$$E_{total_{IMP}} = E_{estática_{IMP}} + E_{dinámica_{IMP}} = 2953,6 + 312,5 = 3266,1 \frac{J}{Kg}$$

luego:

$$Y = 3266,1 - (-351,74) = 3617,8 \frac{J}{Kg}$$

4. La potencia absorbida será:

$$N_a = \frac{\rho_{gas} Y Q}{\eta_T} = \frac{0,9724 \frac{Kg}{m^3} \cdot 3617,8 \frac{J}{Kg} \cdot 100 \frac{m^3}{s}}{0,7} = 502 kW$$

Estimación del tipo de máquina si:

$$Q = 100 \frac{m^3}{s}$$

$$S_{ASP} = \frac{100m^3/s}{20m/s} = 5m^2$$

$$c_{ASP} = 20m/s$$

SEC.MUY GRANDE \Rightarrow MAQ. GRANDE \Rightarrow VEL. ACCIONAMIENTO PEQ. \Rightarrow HIP.

$$\omega < 1000r.p.m$$

$$\Omega \leq 1000 \cdot 2 \frac{\pi}{60} \cdot \frac{\sqrt{100}}{3617^{0.75}} = 2,24 \Rightarrow \text{MAQ. AXIAL}$$

Problema 8

8.1 Enunciado

Un constructor de turbomáquinas ha recibido un pedido de una bomba cuyo punto de funcionamiento debe ser:

- altura de elevación: 30 m,
- caudal: 72 Tm/h,
- velocidad de rotación: 1800 rpm.

La bomba debe aspirar agua a 20°C de un depósito abierto. El nivel de la superficie libre del agua en el depósito se mantiene constante e igual a 4 m por debajo del eje de la bomba. Las pérdidas de carga en la tubería de aspiración son de 0,25 m para un caudal de 10 L/s. La presión atmosférica es de 76 cm de columna de mercurio.

El constructor dispone de una instalación para el ensayo de sus fabricados. En la figura 8.1 se ha esquematizado la citada instalación. El nivel del agua en el depósito es de 1 m por encima del eje de la bomba. La presión en el depósito es regulable. El motor de accionamiento de la bomba gira a 1500 rpm. La temperatura del agua durante el ensayo es de 20°C. En este banco de ensayo las pérdidas de carga del conducto de aspiración son de 1,44 m para un caudal de 20 L/s.

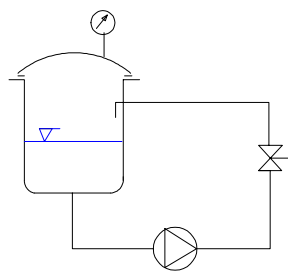


Fig. 8.1

Admitiendo que en las condiciones reales de funcionamiento la altura neta positiva de aspiración debe tener un margen de seguridad de 0,5 m, calcular la presión que debe reinar en el depósito del banco de ensayo para poder controlar las características del punto nominal de funcionamiento de la bomba.

Datos:

- densidad del agua: 1000 Kg/m^3 ,
- presión de vapor del agua a 20°C : 2337 Pa .

8.2 Resolución

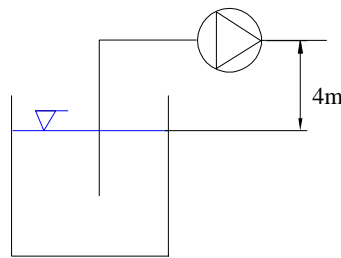


Fig. 8.2

La expresión de la altura de aspiración neta disponible $NPSH_d$ es:

Para la citada instalación, tendremos:

$$NPSH_d = \frac{P_{atm}}{\rho \cdot g} - \left(z + \frac{v^2}{2 \cdot g} + \Sigma \zeta_{asp} + \frac{P_v}{\rho \cdot g} \right)$$

$$NPSH_d = \frac{0,76 \text{ m} \cdot 13600 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} - \left(4 \text{ m} + 0 + \Sigma \zeta_{asp} + \frac{2337 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} \right)$$

Para evaluar las pérdidas de carga en la tubería de aspiración sabemos que, para un caudal $Q = 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$, la pérdida de carga es de $0,25 \text{ m}$, lo que nos permite definir la curva característica de la tubería de aspiración:

$$\Sigma \zeta_{asp} = A \cdot Q^2 \quad \text{con} \quad 0,25 \text{ m} = A \cdot (0,01 \text{ m}^3/\text{s})^2 \quad \Rightarrow \quad \Sigma \zeta_{asp} = \left(2500 \frac{\text{m}}{(\text{m}^3/\text{s})^2} \right) \cdot Q^2$$

Si la bomba debe aspirar un caudal de $Q = 72 \text{ Tm/h} = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$, la pérdida de carga correspondiente será:

$$\Sigma \zeta_{asp} = \left(2500 \frac{m}{(\text{m}^3/\text{s})^2} \right) \cdot (0,02 \text{ m}^3/\text{s})^2 = 1 \text{ m}$$

Si sustituimos en la expresión de $NPSH_d$, resulta:

$$NPSH_d = 10,336 \text{ m} - (4 \text{ m} + 1 \text{ m} + 0,238 \text{ m}) = 5,098 \text{ m}$$

Admitiendo un margen de seguridad de 0,5 m tenemos:

$$NPSH_r = NPSH_d - MS = 5,098 \text{ m} - 0,5 \text{ m} = 4,598 \text{ m}$$

En este punto hay que admitir que la bomba instalada gira a 1800 rpm, mientras que la bomba que se ensaya lo hace a 1500 rpm. Para evaluar el $NPSH_r$, cuando la bomba gira a 1500 rpm, debemos de emplear las relaciones de semejanza y los parámetros adimensionales correspondientes. Éstos son:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = \frac{NPSH_r}{H} \\ \psi = \frac{g \cdot H}{u^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \psi = \frac{g \cdot NPSH_r}{\sigma \cdot u^2}$$

$$\psi_{inst.} = \frac{g \cdot NPSH_r}{\sigma \cdot u^2} \Big|_{inst.} = \frac{g \cdot NPSH_r}{\sigma \cdot u^2} \Big|_{ensayo} = \psi_{ensayo}$$

Si $u = \omega \cdot R$, sustituyendo obtenemos:

$$\frac{g \cdot NPSH_r}{\sigma \cdot \omega^2 \cdot R^2} \Big|_{inst.} = \frac{g \cdot NPSH_r}{\sigma \cdot \omega^2 \cdot R^2} \Big|_{ensayo}$$

Como en los dos casos σ y R son iguales, podemos simplificar:

$$\frac{NPSH_r}{\omega^2} \Big|_{inst.} = \frac{NPSH_r}{\omega^2} \Big|_{ensayo}$$

por tanto:

$$NPSH_r \Big|_{ensayo} = NPSH_r \Big|_{inst.} \cdot \left(\frac{\omega_{ensayo}}{\omega_{inst.}} \right)^2$$

numéricamente:

$$NPSH_r]_{ensayo} = 4,598m \cdot \left(\frac{1500rpm}{1800rpm} \right)^2 = 3,193m$$

En el banco de ensayo se cumple:

$$NPSH_r = NPSH_d = \frac{P_{tanque}}{\rho \cdot g} - \left(z + \frac{v^2}{2 \cdot g} + \sum \zeta_{asp} + \frac{P_v}{\rho \cdot g} \right)$$

$$\text{en donde } z = -1 \text{ m, } \sum \zeta_{asp} = \frac{1,44m}{(0,02m^3/s)^2} \cdot Q^2, \quad \frac{P_v}{\rho \cdot g} = \frac{2337Pa}{1000kg/m^3 \cdot 9,8m/s^2} = 0,238m$$

El caudal impulsado por la bomba instalada en el banco de ensayo se calcula por las relaciones de semejanza y los parámetros adimensionales:

$$\Phi_{inst.} = \frac{Q}{u \cdot R^2}]_{inst.} = \frac{Q}{\omega \cdot R^3}]_{inst.} = \frac{Q}{\omega \cdot R^3}]_{ensayo} = \frac{Q}{u \cdot R^2}]_{ensayo} = \Phi_{ensayo}$$

Como el valor de R es el mismo para la bomba ensayada y para la bomba instalada, podemos simplificar a:

$$\frac{Q}{\omega}]_{inst.} = \frac{Q}{\omega}]_{ensayo}$$

$$Q_{ensayo} = Q_{inst.} \cdot \frac{\omega_{ensayo}}{\omega_{inst.}} = 0,02m^3/s \cdot \frac{1500rpm}{1800rpm} = 0,0167m^3/s$$

luego:

$$\begin{aligned} NPSH_r]_{ensayo} &= \frac{P_{tanque}}{\rho \cdot g} - \left(-1m + 0 + \frac{1,44m}{(0,02m^3/s)^2} \cdot (0,0167m^3/s)^2 + 0,238m \right) = \\ &= \frac{P_{tanque}}{\rho \cdot g} - 0,238m \end{aligned}$$

y obtenemos finalmente el valor de la presión en el depósito del tanque de ensayo:

$$\frac{P_{tanque}}{\rho \cdot g} = 3,193m + 0,238m = 3,431m$$

$$P_{tanque} = 3,431m \cdot 1000kg/m^3 \cdot 9,8m/s^2 = \mathbf{33624Pa}$$

Problema 9

9.1 Enunciado

Las curvas de funcionamiento del compresor de baja presión acoplado al Turbojet Engine LARZAC 04 se indican en la figura 9.1.

Esta forma típica de expresar el funcionamiento de este compresor obedece a la relación funcional entre grupos adimensionales:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}}, \eta_{is.}, \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f \left(\frac{n}{\sqrt{T_{01}}}, \frac{\dot{m} \sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \right)$$

Teniendo en cuenta la definición de rendimiento isoentrópico:

$$\eta_{is.} = \frac{Y_{adiabática}}{C_p [T_{02} - T_{01}]}$$

se pide:

1. Deducir la expresión que nos permite calcular el incremento de temperatura en función del rendimiento isoentrópico y la relación de compresión.

2. Dibujar la curva característica:

$$\frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f \left(\frac{\dot{m} \sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \right)$$

$$\Delta T = T_{02} - T_{01}$$

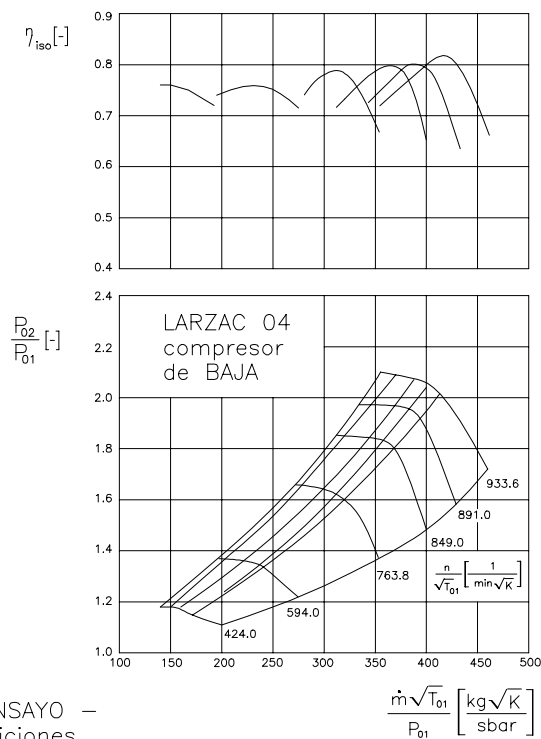
NOTA: solamente para aquellos puntos de funcionamiento con rendimiento isoentrópico máximo.

3. Si el compresor está girando a $n = 13000$ rad/min, indicar el descenso (%) de la presión de estancamiento a la salida del compresor P_{02} , respecto a la de ensayo en las condiciones de rendimiento isoentrópico máximo, cuando el turbojet está volando a una cota de 1100 metros sobre el nivel del mar, y admitiendo que el n° de Mach a la entrada no cambia.

Suponer que los parámetros termodinámicos del aire a la cota de vuelo son:

- temperatura del aire: $T_0 = -38,5^\circ\text{C}$,
- presión ambiente: $P_0 = 87,55$ kPa (abs).

CURVAS CARACTERISTICAS OBTENIDAS EN
UN BANCO DE ENSAYO



— ENSAYO —
condiciones
termodinámicas
normalizadas

$T_{01} = 16.7^\circ\text{C}$
 $P_{01} = 100$ KPa

W.PAZUR L.FOTTNER
Journal of Turbomachinery April'91

Fig. 9.1

9.2 Resolución

1. Teniendo en cuenta la definición de rendimiento isoentrópico:

$$\eta_{is.} = \frac{Y_{adiabática}}{C_p [T_{02} - T_{01}]}$$

y la expresión que nos permite evaluar la energía por unidad de masa en el proceso de compresión, suponiendo que es adiabático y reversible, tenemos:

$$Y_{adiabática} = \int_{P_{01}}^{P_{02}} \frac{dP}{\rho}$$

En un proceso adiabático:

$$\rho^k = cte = \frac{P_{01}}{\rho_{01}^k}$$

de donde:

$$\rho = \rho_{01} \left[\frac{P}{P_{01}} \right]^{\frac{1}{k}}$$

Luego:

$$Y_{adiabática} = \int_{P_{01}}^{P_{02}} \frac{dP}{\rho_{01} \left[\frac{P}{P_{01}} \right]^{\frac{1}{k}}}$$

$$Y_{adiabática} = \frac{P_{01}^{\frac{1}{k}}}{\rho_{01}} \left[\frac{P^{\frac{k-1}{k}}}{\frac{k-1}{k}} \right]_{P_{01}}^{P_{02}}$$

$$Y_{adiabática} = \frac{P_{01}}{\rho_{01}} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

$$Y_{adiabática} = R \cdot T_{01} \cdot \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

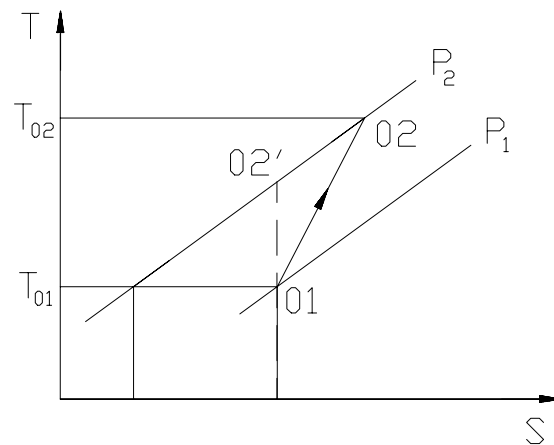


Fig. 9.2

y, por tanto:

$$\Delta T_0 = T_{02} - T_{01} = \frac{R \cdot T_{01} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}{C_p \cdot \eta_{is.}}$$

o bien:

$$\frac{\Delta T_0}{T_{01}} = R \frac{k}{k-1} \frac{1}{C_p \cdot \eta_{is.}} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Para el aire tenemos:

$$\begin{aligned} R &= 287 \text{ J/kgK} \\ C_p &= 1005 \text{ J/kgK} \\ k &= 1,4 \end{aligned}$$

de lo que resulta:

$$\frac{\Delta T_0}{T_{01}} = \frac{1}{\eta_{is.}} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

2. Este apartado se resuelve aplicando la anterior expresión:

$$\frac{\Delta T_0}{T_{01}} = \frac{1}{\eta_{is.}} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Partiendo de los valores extraídos de las curvas características experimentales en los puntos de máximo rendimiento formamos la siguiente tabla:

Tabla 9.a

$\frac{n}{\sqrt{T_{01}}}$	$\eta_{is.}$	$\frac{P_{02}}{P_{01}}$	$\frac{\Delta T_0}{T_{01}}$	$\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}}$	$\Delta T_{0_{vuelo}}$	$\Delta T_{0_{b.ensayo}}$
933,6	0,820	2,05	0,2776	420	65,1	80,42
891,0	0,804	1,94	0,2593	382	60,8	75,12
849,0	0,800	1,80	0,2286	362	53,6	66,23
763,8	0,790	1,61	0,1845	312	43,3	53,45
594,0	0,765	1,35	0,1170	232	27,4	33,89
424,0	0,765	1,18	0,0633	142	14,8	18,34

Los valores de la temperatura en vuelo y en el banco de ensayo son:

$$T_{01_{vuelo}} = -38,5^{\circ}C \quad T_{01_{banco}} = 16,7^{\circ}C$$

3. Si el compresor gira a 13000 rad/min, su punto de funcionamiento en el banco de ensayo, en el punto de rendimiento adiabático máximo, está definido por los siguientes parámetros:

$$\frac{n}{\sqrt{T_{01}}} = \frac{13.000}{\sqrt{273 + 16,7}} = 763,78 \frac{rad/min}{\sqrt{K}}$$

Aplicando en la tabla 9.a el valor obtenido, resulta:

$$\eta_{is.max} = 0,79 \quad \frac{P_{02}}{P_{01}} = 1,61 \quad \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}} = 312 \quad \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = 0,1845$$

o bien por los siguientes valores:

$$\dot{m} = \left[\dot{m} \frac{\sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \right] \frac{P_{01}}{\sqrt{T_{01}}} = 312 \frac{1}{\sqrt{273 + 16,7}} = 18,33 \text{ Kg/s}$$

$$P_{02} = 1,61 \quad P_{01} = 1,61 \text{ bar}$$

$$T_{02} = T_{01} \left[1 + \frac{\Delta T_0}{T_{01}} \right] = [273 + 16,7] \cdot [1 + 0,1845] = 343,1 \text{ K}$$

En las condiciones de vuelo, habida cuenta que han cambiado las condiciones termodinámicas del aire, el nuevo punto de funcionamiento vendrá definido por:

$$\frac{n}{\sqrt{T_{01}}} = \frac{13.000}{\sqrt{273 - 38,5}} = 848,9 \frac{\text{rad/min}}{\sqrt{\text{K}}}$$

El flujo másico en el nuevo punto de estudio será:

$$\dot{m} = \left[\frac{\dot{m} \sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \right] \frac{P_{01}}{\sqrt{T_{01}}} = 362 \frac{P_{01}}{\sqrt{T_{01}}} = 362 \frac{0,8755}{\sqrt{273 - 38,5}} = 20,69 \text{ kg/s}$$

La relación de compresión es la siguiente:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = 1,80 \quad P_{02} = 1,80 \cdot 0,8755 = 1,576 \text{ bar}$$

y el nuevo rendimiento isoentrópico:

$$\eta_{is.} = 0,80$$

La variación de la presión de estancamiento será:

$$\Delta P(\%) = \frac{P_{02} - P_{02}'}{P_{02}} = 1 - \frac{1,576}{1,61} = 2,1 \%$$

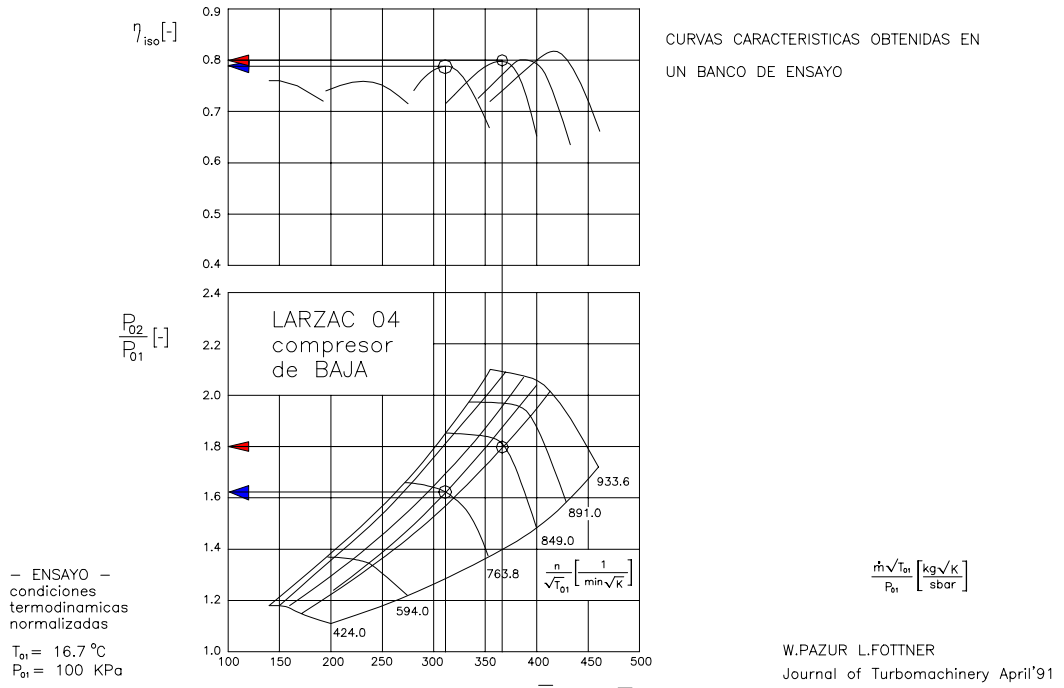


Fig. 9.3

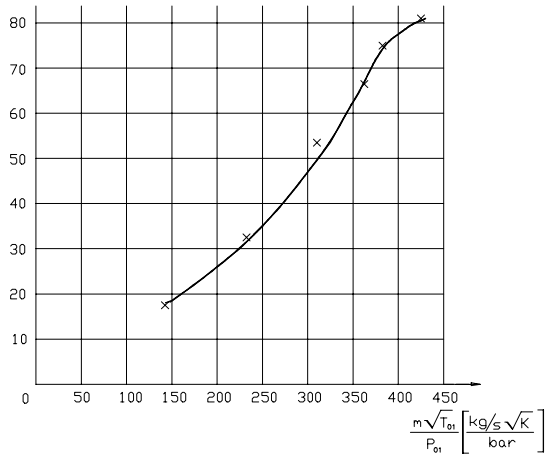


Fig. 9.4

Problema 10

10.1 Enunciado

Un ventilador centrífugo extrae gas de una cámara de tratamiento. La temperatura del gas es de 50°C (suponer que se mantiene constante a lo largo de la instalación de extracción).

En la tabla siguiente se indica la curva característica del ventilador:

Tabla 10.a

P_{TOTAL} (mm c H ₂ O)	Q (m ³ /h)	η_{TOTAL} %
510	14.000	71
505	17.000	75
490	22.000	80
465	28.000	83
425	35.000	83
395	40.000	83
360	45.000	81

Por otra parte, las pérdidas de carga de los elementos que componen la instalación son:

- pérdida de carga del filtro:

$$\Delta P_{Filtro} (Pa) = 11 Q^2 \quad Q (m^3/s)$$

- pérdida de carga de la tubería:

$$\Delta P_{Tubería} (Pa) = 80 Q^2 \quad Q(m^3/s)$$

- pérdida de carga de la compuerta A:

$$\delta P_{Compuerta} (Pa) = 200 Q^2 \quad Q(m^3/s)$$

Suponer que la pérdida de carga de la singularidad correspondiente al acoplamiento entre el ventilador y la chimenea es despreciable.

Se pregunta:

1. Si la compuerta A permanece abierta, indicar el nuevo punto de funcionamiento.
2. Indicar el decremento de potencia absorbida por el ventilador en el caso de que la compuerta A esté cerrada.

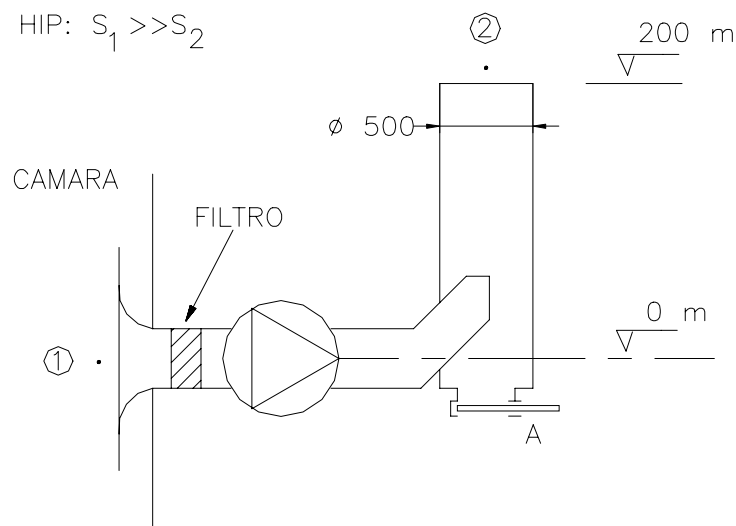


Fig 10.1

Las condiciones ambientales en la cota cero son:

$$\frac{P}{\rho g} = 740 \text{ mm c Hg}$$

$$T = 20^\circ C$$

10.2 Resolución

El sistema a estudiar se puede esquematizar de la siguiente manera:

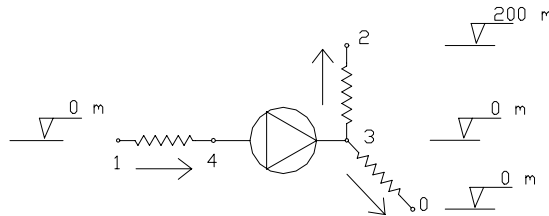


Fig 10.2

1. Admitiendo que por la compuerta sale aire, hemos de considerar que la chimenea (tramo 3-2) está en paralelo con el tramo (3-0).

Para resolver este problema proponemos utilizar un método gráfico, es decir, representar las curvas características de cada tramo y combinarlas de acuerdo con la ecuación de continuidad en el nudo 3:

$$Q_{13} = Q_{32} + Q_{30}$$

Para deducir la curva característica de cada tramo debemos aplicar la ecuación de la energía.

En el tramo (3-2) será:

$$\int_2^3 \frac{dP^*}{\rho} + g[Z_3 - Z_2] + \frac{V_3^2 - V_2^2}{2} = \frac{\Delta P_{\text{Rozamiento tubería}}}{\rho_{GAS_{50}}^{**}}$$

Hipótesis:

* En este tramo se consideran las variaciones de densidad del gas como consecuencia de la elevación.

* $\rho_{gas_{50^\circ}} \approx \rho_{gas_{50^\circ} + aire}^{MEZCLA}$

en donde:

P_3 : incógnita

P_2 : es la presión atmosférica en la cota 200 m.

Para evaluar P_2 aplicamos la ecuación de la fluidoestática (zona exterior de la chimenea):

$$dp = -\rho g dz$$

o sea

$$\int_{Z_0}^{Z_2} dz = -\frac{1}{g} \int_{P_0}^{P_2} \frac{dP}{\rho_{air.amb.}}$$

con

$$\rho_{air.amb.} = \frac{P}{R \cdot T_{air.amb.}}$$

Resulta:

$$[Z_2 - Z_0] = -\frac{1}{g} R T_{air.amb.} \int_{P_0}^{P_2} \frac{dP}{P} = -\frac{1}{g} R T_{air.amb.} \ln \left[\frac{P_2}{P_0} \right]$$

y despejando P_2 , resulta:

$$P_2 = \frac{P_0}{\exp \left(\frac{g [Z_2 - Z_0]}{R T_{air.amb.}} \right)} = \frac{98.627,2 Pa}{\exp \left(\frac{9,8 (m/s^2) 200 (m)}{287 \left(\frac{J}{KgK} \right) [273 + 20] (K)} \right)} = 96.355,0 Pa.$$

de donde:

$$\frac{P_0}{\rho g} = 740 \text{ mm c Hg}; P_0 = 0,740 \text{ mc Hg} \cdot 13.600 \frac{Kg}{mcHg} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 98.627,2 Pa$$

Volviendo a la ecuación de la energía, resulta:

$$\int_2^3 \frac{dP}{\rho} = R T_{50} \ln \frac{P_3}{P_2} = R T_{50} \ln \frac{P_3}{96.355,0}$$

$$g[Z_3 - Z_2] = -9.8(m/s^2)200(m) = -1.960 \frac{m^2}{s^2}$$

por hipótesis:

$$\frac{\Delta P_{roz.tubo}}{\rho_{mezcla}^{GAS_{50^\circ} + AIRE}} = \frac{80 Q^2}{RT_{50}} = \frac{80 Q^2}{287 \frac{J}{kg K} \cdot [273 + 50] K} = 75,193 Q^2$$

sustituyendo:

$$287 \left(\frac{J}{kg K} \right) [273 + 50] (K) \ln \frac{P_3}{96.355,0} - 1.960 + 0 = 75,193 Q^2$$

Despejando P_3 , resulta la ecuación final correspondiente al tramo 3-2:

$$P_3 = 96.355,0 e^{\left(\frac{1.960 + 75,193 Q^2}{287 \cdot 323} \right)}$$

En el tramo 3-0:

$$\int_0^3 \frac{dP}{\rho} + g[Z_3 - Z_0] + \frac{V_3^2 - V_0^2}{2} = \frac{\Delta P_{comp.}}{\rho_{air.amb.}}$$

admitiendo

$$\frac{V_3^2 - V_0^2}{2} \cong 0$$

$$\rho_{aire} = cte$$

$$g[Z_3 - Z_0] = 0$$

resulta:

$$\frac{P_3 - P_0}{\rho_{air.amb.}} = \frac{\Delta P_{comp.}}{\rho_{air.amb.}}$$

Despejando P_3 , resulta la ecuación final correspondiente al tramo 3-0:

$$P_3 = P_0 + 200 Q^2 = 98.627,2 + 200 Q^2$$

Finalmente, en el tramo 1-3:

$$\int_{P_3}^{P_1} \frac{dP}{\rho_{GAS_{50^\circ}}} + g[Z_1 - Z_3] + Y_{ventilador} + \frac{v_1^2 - v_3^2}{2} = \frac{\Delta P_{FILTRO}}{\rho_{GAS_{50^\circ}}}$$

donde:

$$\frac{P_1}{\rho_{GAS_{50^\circ}}} = \frac{0,740 \text{ m c Hg} \cdot 13.600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\rho_{GAS_{50^\circ}}} = \frac{98.627,2}{\rho_{GAS_{50^\circ}}}$$

$$\rho_{GAS_{50^\circ}} = \frac{P}{RT} = \frac{0,740 \cdot 13.600 \cdot 9,8 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot (273 + 50) \text{ K}} = 1,0639 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Considerando que

$$gZ_1 = gZ_3$$

$$\frac{v_1^2}{2} \approx 0$$

$$\frac{v_3^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{(4Q)^2}{(\pi D^2)^2}$$

por hipótesis vamos a admitir que $S_{\text{efec. acoplamiento}} = S_{\text{chimenea}}$:

$$\frac{v_3^2}{2} = \frac{8}{\pi^2 0,5^4} Q^2 = 12,969 Q^2$$

Y despejando P_3 , se obtiene:

$$P_3 = Y_{VENT} \rho_{gas_{50^\circ}} - 12,969 Q^2 \rho_{gas_{50^\circ}} + 98.627,2 - 11 Q^2$$

donde

$$Y_{VENT} \rho_{gas_{50^\circ}} = \frac{\Delta P}{\rho_{gas_{50^\circ}}} \cdot \rho_{gas_{50^\circ}} = \Delta P$$

y los valores de ΔP salen de la tabla inicial 10.a, según la relación

$$\Delta P \text{ (Pa)} = P_{total}(\text{mm c H}_2\text{O}) \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

Sustituyendo valores, resulta P_3 para el tramo 1-3:

$$P_3 = P_{total}(\text{mm c H}_2\text{O}) \frac{1}{1000} \frac{\text{m}}{\text{mm}} 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 12,969 Q^2 \frac{\text{J}}{\text{kg}} 1,0639 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 98.627,2 \text{ (Pa)} - 11 Q^2 \text{ (Pa)}$$

A continuación, se presenta una tabla con los mismos valores de caudal Q de la tabla 10.a, y se obtiene como resultado la presión que reina en el punto 3 para cada tramo.

Tabla 10.b

Q (m^3/s)	$\Delta P_{\text{Ventilador}}$ (Pa)	P_3' Tramo 32 (Pa)	P_3' Tramo 30 (Pa)	P_3' Tramo 13 (Pa)
3,889	4.998	1.001,442	3.024,691	4.622,969
4,722	4.949	1.583,036	4.459,877	4.396,020
6,111	4.802	2.813,553	7.469,136	3.875,902
7,778	4.557	4.736,225	12.098,765	3.056,874
9,722	4.165	7.628,908	18.904,321	1.821,053
11,111	3.871	10.152,27	24.691,358	809,519
12,5	3.528	13.084,599	31.250	-346,687

P_3' es la presión relativa a la atmosférica,
 $P_3' = [P_3 - 98.627,2] \text{ Pa}$.

Representando los valores de P_3' para los diferentes tramos, encontramos los valores de los puntos de trabajo (Q, P_3') para la compuerta cerrada (corte del tramo 1-3 con el tramo 3-2) y para la compuerta abierta (corte del tramo 1-3 con el tramo 3-0||3-2), donde consideramos que la chimenea (tramo 3-2) está en paralelo con el 3-0.

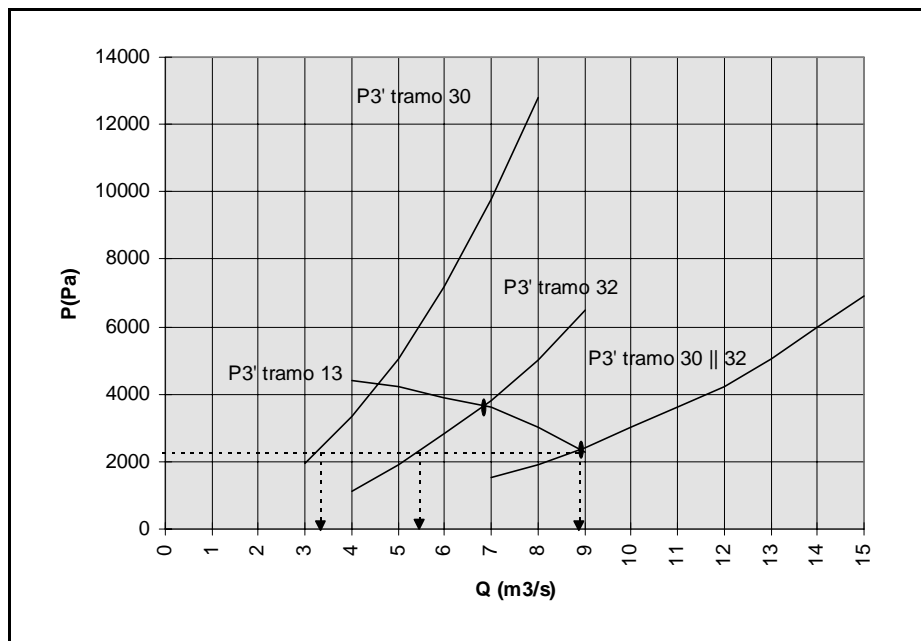


Fig. 10.3 Resolución gráfica del punto de trabajo de la instalación con la compuerta A abierta y cerrada

Con la compuerta A abierta, tenemos

$$Q_{VENT_A} = 8,97 \frac{m^3}{s}$$

$$P'_{3_A} = 2.300 Pa$$

Y con la compuerta A cerrada, tenemos

$$Q_{VENT_C} = 6,77 \frac{m^3}{s}$$

$$P'_{3_C} = 3.600 Pa$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación correspondiente al tramo 1-3:

$$P_3 = Y_{VENT} \rho_{gas_{50}} - 12,969 Q^2 \rho_{gas_{50}} + 98.627,2 - 11 Q^2$$

y despejando Y_{VENT} , encontramos el punto de trabajo del ventilador:

$$Y_{VENT} = \frac{P_3}{\rho_{gas_{50}}} + 12,969 Q^2 + \frac{11 Q^2}{\rho_{gas_{50}}}$$

Sustituyendo, con la compuerta A abierta, obtenemos

$$Y_{VENT_A} = 4.037 \text{ Pa}$$

y finalmente con la compuerta cerrada, tenemos

$$Y_{VENT_C} = 4.452 \text{ Pa}$$

2. Admitiendo η_T similares, el decremento de potencia absorbida por el ventilador en el caso de que la compuerta A esté cerrada viene dado por la relación

$$\% N = \frac{N_A - N_C}{N_A} = 1 - \frac{N_C}{N_A} = 1 - \frac{Q_C Y_{VENT_C} \rho_{gas_{50}}}{Q_A Y_{VENT_A} \rho_{gas_{50}}}$$

$$\% N = 1 - \frac{6,77 \cdot 4.452}{8,97 \cdot 4.037} = 0,1677 \approx 16,8\%$$

Problema 11

11.1 Enunciado

Las prestaciones en el punto de máximo rendimiento de una bomba centrífuga montada en la instalación esquematizada en la figura. 11.1 son:

$$H_o = 50 \text{ m,}$$

$$Q_o = 15 \text{ m}^3/\text{min.}$$

La bomba está accionada por un motor eléctrico de corriente continua regulado a 1500 rpm. En el punto E, la presión requerida en función del caudal viene definida por la ecuación:

$$P_E = 39.200 + 6,37 \cdot 10^6 Q^2,$$

$$Q \text{ (m}^3/\text{s)},$$

$$P_E \text{ (Pa).}$$

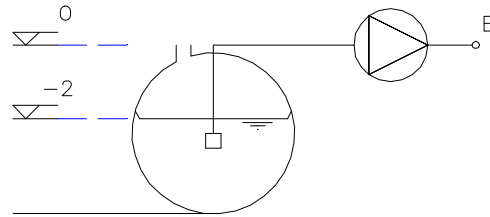


Fig. 11.1

Con relación a las condiciones de aspiración se sabe que los síntomas de cavitación empiezan a manifestarse cuando el caudal de la bomba incrementa en un 10 %.

En el tramo de aspiración los resultados experimentales demuestran que cuando fluye un caudal de 10 m³/min las pérdidas por rozamiento son equivalentes a 1,5 metros columna de agua.

Sabiendo que la evolución aproximada de la altura de elevación, NPSH y rendimiento total de la bomba en función del caudal y para distintos valores de la velocidad específica n_q es la que se indica en la figura 11.2, se pide:

1. Calcular el incremento de velocidad de accionamiento para provocar esta situación.

2. Evaluar el margen de seguridad de la altura de aspiración neta positiva cuando el caudal que fluye es de $15 \text{ m}^3/\text{min}$.

OTROS DATOS:

La presión de vapor del agua a 21°C es de $0,0253 \text{ Kp/cm}^2$.

Presión atmosférica = 756 mm c Hg .

Despreciar energía cinética en las tuberías.

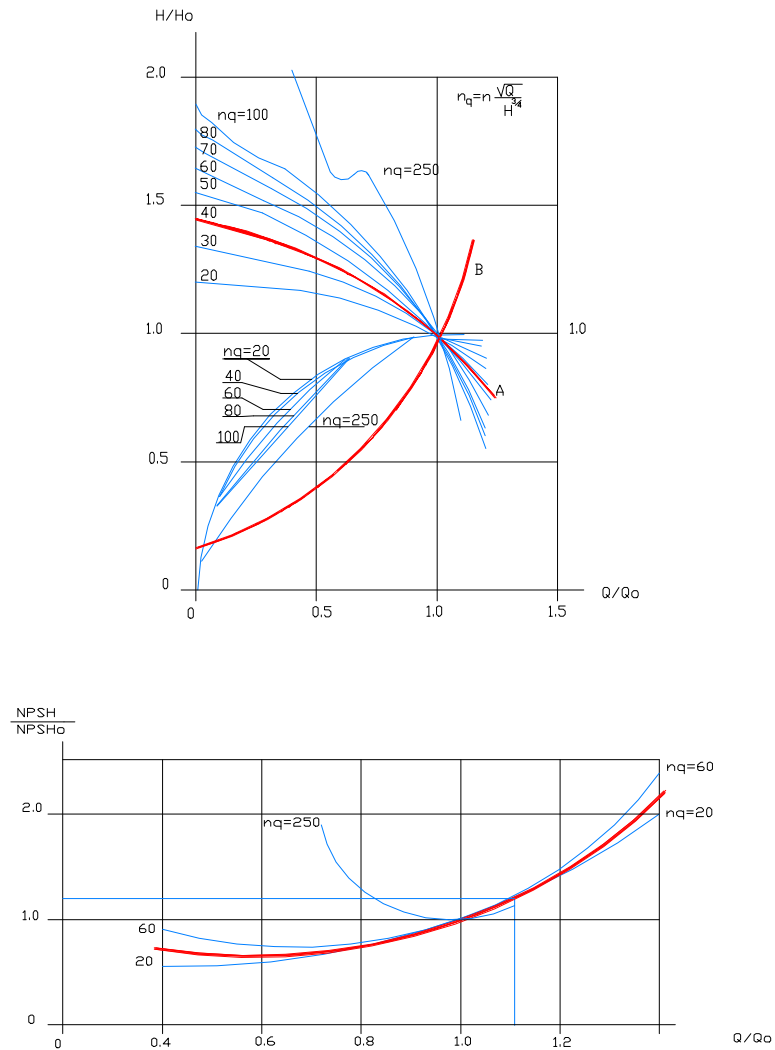


Fig. 11.2

11.2 Resolución

1. Calcular el incremento de velocidad de rotación para provocar la cavitación.

En primer lugar hay que evaluar en que condiciones está trabajando la bomba, cuando $Q' = Q + 10\% Q = 1,1 Q$.

El punto de funcionamiento se puede calcular evaluando la curva característica del sistema y después resolviendo su intersección con la curva característica de la bomba.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y E, resulta:

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + H = \frac{P_E}{\rho g} + Z_E + \frac{v_E^2}{2g} + \sum \zeta_{1E}$$

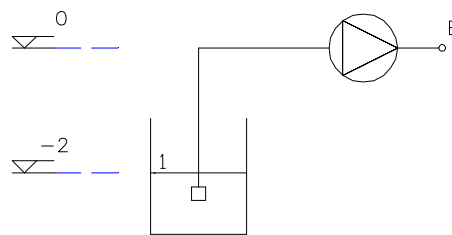


Fig.11.3

donde:

$$\frac{P_1}{\rho g} = 0$$

$$Z_1 = -2$$

$$\frac{P_E}{\rho g} = \frac{39200 + 6,37 \cdot 10^6 Q^2}{1000 \cdot 9,8} = 4 + 650 Q^2$$

$$Z_E = 0$$

$$\frac{v_E^2}{2g} = 0 \quad \frac{v_1^2}{2g} = 0$$

$$\sum \zeta_{1E} = \sum \zeta_{aspiración} = A Q^2 = 54 Q^2$$

Nos dicen que cuando:

$$Q = 10 \text{ m}^3/\text{min} , \quad \zeta_{1E} = 1,5 \text{ mc } H_2O$$

Esto nos permite evaluar la constante A , pues

$$1,5 = A \left[\frac{10}{60} \right]^2 \quad A = \frac{1,5}{\left[\frac{10}{60} \right]^2} = 54$$

Luego,

$$\begin{aligned} H &= 4 + 650 Q^2 + 54 Q^2 + 2 \\ H &= 6 + 704 Q^2 ; \quad Q \text{ (m}^3/\text{s)} \quad H \text{ (m)} \end{aligned}$$

Para poder dibujarla sobre la misma gráfica de la curva característica de la bomba (Fig.11.2) vamos a establecer un cambio de escala:

$$H = \frac{H}{H_o} \quad \text{siendo} \quad H_o = 50 \text{ m}$$

$$Q = \frac{Q}{Q_o} \quad Q_o = 15 \text{ m}^3/\text{min} = 0,25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$50 H = 6 + 704 [0,25 Q]^2$$

$$H = 0,12 + 0,88 Q^2$$

En forma de tabla:

Tabla 11.a

Q'	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
H'	0,1552	0,2600	0,4368	0,6832	1,0000	1,3672

Por otra parte, la curva característica corresponde a la curva con una velocidad específica igual a:

$$n_q = n \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad n_q = 1500 \frac{\sqrt{0,25}}{[50]^{3/4}} = 40$$

Cuando el caudal incrementa un 10%, entonces para $Q' = 1,1$ le corresponde $H' = 1,1848$ m. Para conseguir esta altura de elevación debemos hacer girar la bomba más rápidamente. La velocidad de rotación se puede calcular aplicando la teoría de semejanza, pero para esto hay que comprobar si los puntos A y B tienen el mismo rendimiento.

A la vista de la fig.11.2 podemos admitir $\eta_A = \eta_B$ Luego:

$$\Psi = \frac{Y}{D^2 \omega^2} \quad \text{y} \quad \Psi_A = \Psi_B$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{H_A}{\omega_A^2} = \frac{H_B}{\omega_B^2}$$

$$\frac{H_B}{H_A} = 1,185 = \frac{\omega_B^2}{\omega_A^2}$$

$$\omega_B = \sqrt{1,185 [1500]^2} = 1633 \text{ rpm}$$

2. Evaluar el margen de seguridad de la altura NPSH cuando el caudal es de $15 \text{ m}^3/\text{min}$ [$0,25 \text{ m}^3/\text{s}$].

Por una parte sabemos que cuando $Q' = 1,1$ la bomba esta cavitando, luego $NPSH_R = NPSH_d$ y por otro lado, de la gráfica de la figura 11.2, tenemos

$$\frac{NPSH_R}{NPSH_{R_o}} = 1,34$$

o bien:

$$NPSH_R \Big|_{Q=0,275} = 1,34 NPSH_R \Big|_{Q=0,25}$$

De la instalación podemos calcular $NPSH_d$:

$$NPSH_d = \frac{P_{tanque}}{\rho g} - \left[Z + \frac{v^2}{2g} + \sum \zeta_{1E} + \frac{P_v}{\rho g} \right]$$

numéricamente:

$$\frac{P_{tanque}}{\rho g} = \frac{0,756 \text{ m c Hg} \cdot 13600 \text{ Kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{1000 \text{ Kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 10,2816 \text{ m}$$

$$Z = 2$$

$$\frac{v^2}{2g} = 0$$

$$\Sigma \zeta_{1E} = 54 Q^2$$

$$\frac{P_v}{\rho g} = \frac{0,0253 \frac{\text{Kp}}{\text{cm}^2} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kp}} \cdot 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}{1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,254 \text{ m}$$

Luego

$$NPSH_d = 10,2816 - [2 + 54 Q^2 + 0,254]$$

$$NPSH_d = 8,0276 - 54 Q^2$$

$$Q = 0,25 \quad NPSH_d \Big|_{Q=0,25} = 4,6526 \text{ m}$$

$$Q = 0,275 \quad NPSH_d \Big|_{Q=0,275} = 3,94385 \text{ m}$$

De la condición de cavitación para $Q=0,275 \text{ m}^3/\text{s}$, se cumple:

$$NPSH_R \Big|_{Q=0,275} = NPSH_d \Big|_{Q=0,275} = 3,94385 \text{ m}$$

De la gráfica hemos deducido:

$$NPSH_R \Big|_{Q=0,25} = \frac{NPSH_R \Big|_{Q=0,275}}{1,34} = \frac{3,94385 \text{ m}}{1,34} = 2,943 \text{ m}$$

$$\Delta \text{ (margen seguridad)} = NPSH_d \Big|_{Q=0,25} - NPSH_R \Big|_{Q=0,25} = 4,6526 - 2,943 = 1,7 \text{ m}$$

$$\Delta = 1,7 \text{ m.}$$

Problema 12

12.1 Enunciado

En la figura 12.1 se ha esquematizado la instalación de un circuito de acondicionamiento de aire para un local.

Las curvas características de las condiciones y baffles de regulación son las siguientes:

$$\begin{array}{ll} \text{TRAMO EA} & \left[\frac{\Delta P}{\rho} \right]_{EA} = 860 Q^2 \quad Q(m^3/s) \\ \text{BAFLE R1 = R2} & \left[\frac{\Delta P}{\rho} \right]_{R_1=R_2} = 561,22 Q^2 \\ \text{TRAMO SA} & \left[\frac{\Delta P}{\rho} \right]_{SA} = 94,3 Q^2 \end{array}$$

La curva característica del ventilador se ha resumido en la tabla 12.1.

Se pide:

1. Calcular el punto de funcionamiento del ventilador.
2. Si para el diseño del ventilador centrífugo radial se ha utilizado el diagrama de Stepanoff se sabe que:

$$\begin{array}{ll} \text{Diámetro exterior rodete :} & D_2 = 0.3 \text{ m} \\ \text{Ancho de rodete :} & b_2 = 0.2 \text{ m} \\ \text{Velocidad de accionamiento :} & n = 2850 \text{ rpm} \\ \text{Coeficiente de giro:} & \delta = 1 - c_{1u}/u_1 = 1 \end{array}$$

Evaluar el ángulo del álabe a la salida del rodete.

3. Demostrar que, para una serie homogénea de ventiladores que tienen la misma velocidad de arrastre, la presión del ventilador permanece invariable y la potencia absorbida varía con el cuadrado del diámetro.

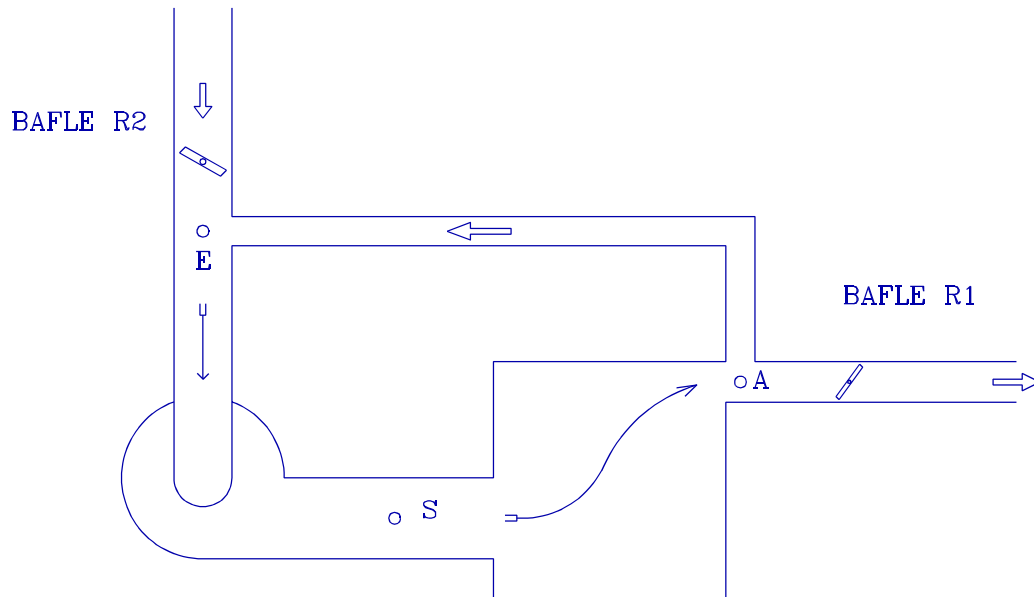


Fig. 12.1

Tabla 12.a

Y (J/Kg)	100	300	500	700	900	1100
Q m ³ /s	2,87	2,77	2,61	2,34	1,77	0,61

12.2 Resolución

1. Calcular el punto de funcionamiento del ventilador.

De la instalación podemos deducir que esquemáticamente el circuito es análogo a:

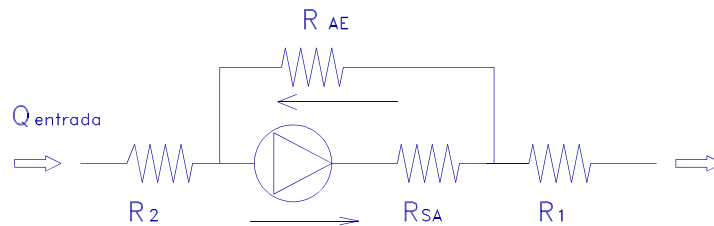


Fig. 12.2

A efectos de cálculo, podemos considerar que:

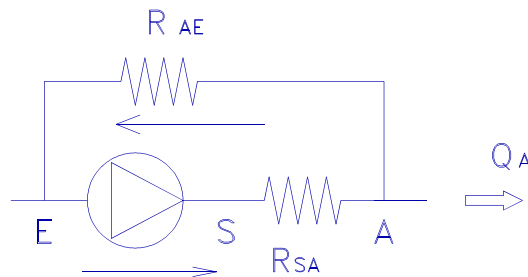


Fig. 12.3

es el grupo de impulsión y las resistencias R_1+R_2 es lo que denominamos sistema.

Para evaluar la curva característica del llamado grupo de impulsión hay que aplicar las ecuaciones de:

- 1- Balance de energía (ec. de Bernouilli).
- 2- Balance de masa (ec. de continuidad).

1- Ecuación de energía: $\Delta P_{EA} = \Delta P_{ES} - \Delta P_{SA}$

donde:

ΔP_{ES} - curva característica del ventilador.

ΔP_{SA} - pérdida de energía en el tramo SA.

2- Ecuación de continuidad: $Q_{ES} = Q_{SA}$

En la figura 12.4 se ha representado la curva $\Delta P_{EA}/\rho$ en función del caudal Q .

Por otra parte, el caudal que sale por A será:

$$Q_A = Q_{EA} - Q_{AE}$$

En la figura 12.4 se ha representado la curva que corresponde al grupo de impulsión:

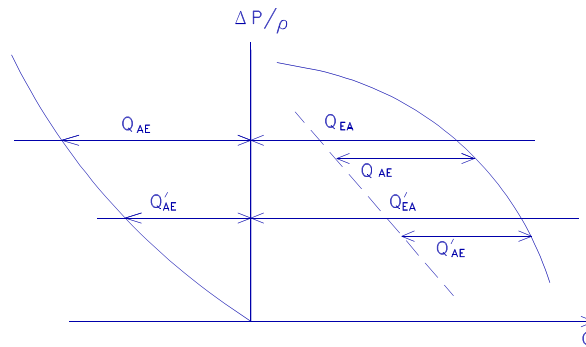


Fig.12.4

El punto de funcionamiento se puede deducir como intersección de la curva equivalente del grupo de bombeo y la curva equivalente del sistema.

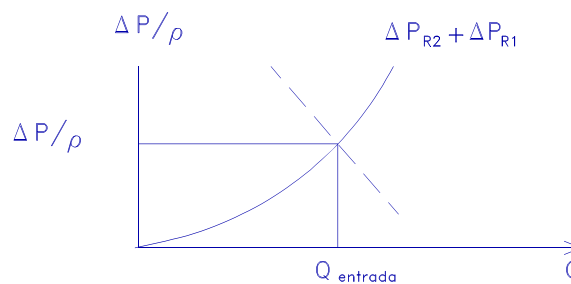


Fig. 12.5

De la figura 12.6 se deduce que:

$$Q_{VENT} = 1,85 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Y = \Delta P_{VENT}/\rho = 875 \text{ J/Kg}$$

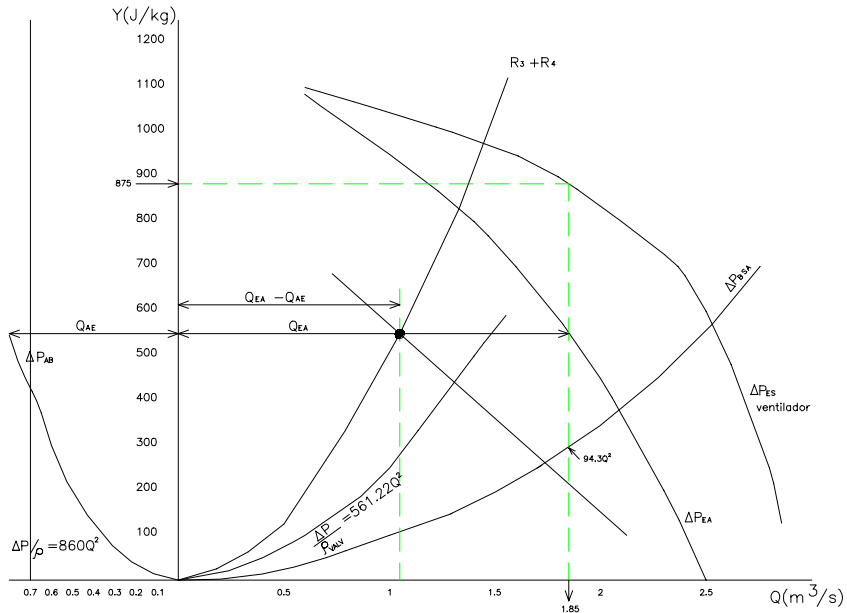


Fig. 12.6

2. Si para el diseño del ventilador centrífugo radial se ha utilizado el diagrama de Stepanoff y se sabe que:

$$D_2 = 0.3 \text{ m}$$

$$b_2 = 0.2 \text{ m}$$

$$n = 2850 \text{ rpm}$$

$$\delta = 1$$

evaluar el ángulo del álabe a la salida del rodete.

Para evaluar el ángulo β_2 se trata de representar la curva característica del ventilador sobre el diagrama de Stepanoff, para lo cual hay que evaluar: u_2 , ϕ , Ψ .

Sabemos que : $u_2 = \omega \cdot D_2 / 2$

$$u_2 = (n \cdot 2\pi \cdot D_2) / (60 \cdot 2)$$

$$u_2 = 2850 \cdot (2\pi / 60) \cdot (0.3 / 2)$$

$$u_2 = 44,76 \text{ m/s.}$$

Además: $Q = c_{2m} \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2$

$$\phi = \frac{c_{2m}}{u_2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2 u_2} = \frac{Q}{\pi \cdot 0,3 \cdot 0,2 \cdot 44,76} = \frac{Q}{8,438}$$

$$\psi = \frac{gH}{u_2^2} = \frac{Y}{44,76^2} = \frac{Y}{2003,45}$$

Las expresiones anteriores nos permiten dibujar la curva característica del ventilador en el diagrama de Stepanoff.

A partir de aquí podemos trazar una línea tangente que sale de C. La intersección con el eje x nos da el punto E ($\Phi = 0.6$).

La recta AE y el eje y nos definen un ángulo $\beta_2 = 32^\circ$.

3. Demostrar que, para una serie semejante de ventiladores que tienen la misma u, la presión del ventilador permanece invariable y la potencia absorbida varía con el cuadrado del diámetro.

Sabemos que

$$\psi = \frac{Y}{D^2 \omega^2} = \frac{\frac{\Delta P}{\rho}}{D^2 \omega^2} \quad ; \quad \phi = \frac{Q}{\omega D^3}$$

o bien

$$\psi \cong \frac{\Delta P}{u^2} \Rightarrow \Delta P \cong \psi u^2 = cte$$

Por otro lado, la potencia se define como:

$$N = Y m = \rho Y Q = \rho \Psi D^2 \omega^2 \Phi D^3 \omega$$

$$N = \rho \Psi \Phi D^5 \omega^3 = \rho \Psi \Phi D^3 \omega^3 D^2$$

$$N = \rho \Psi \Phi u^3 D^2 \Rightarrow N = f(D^2)$$

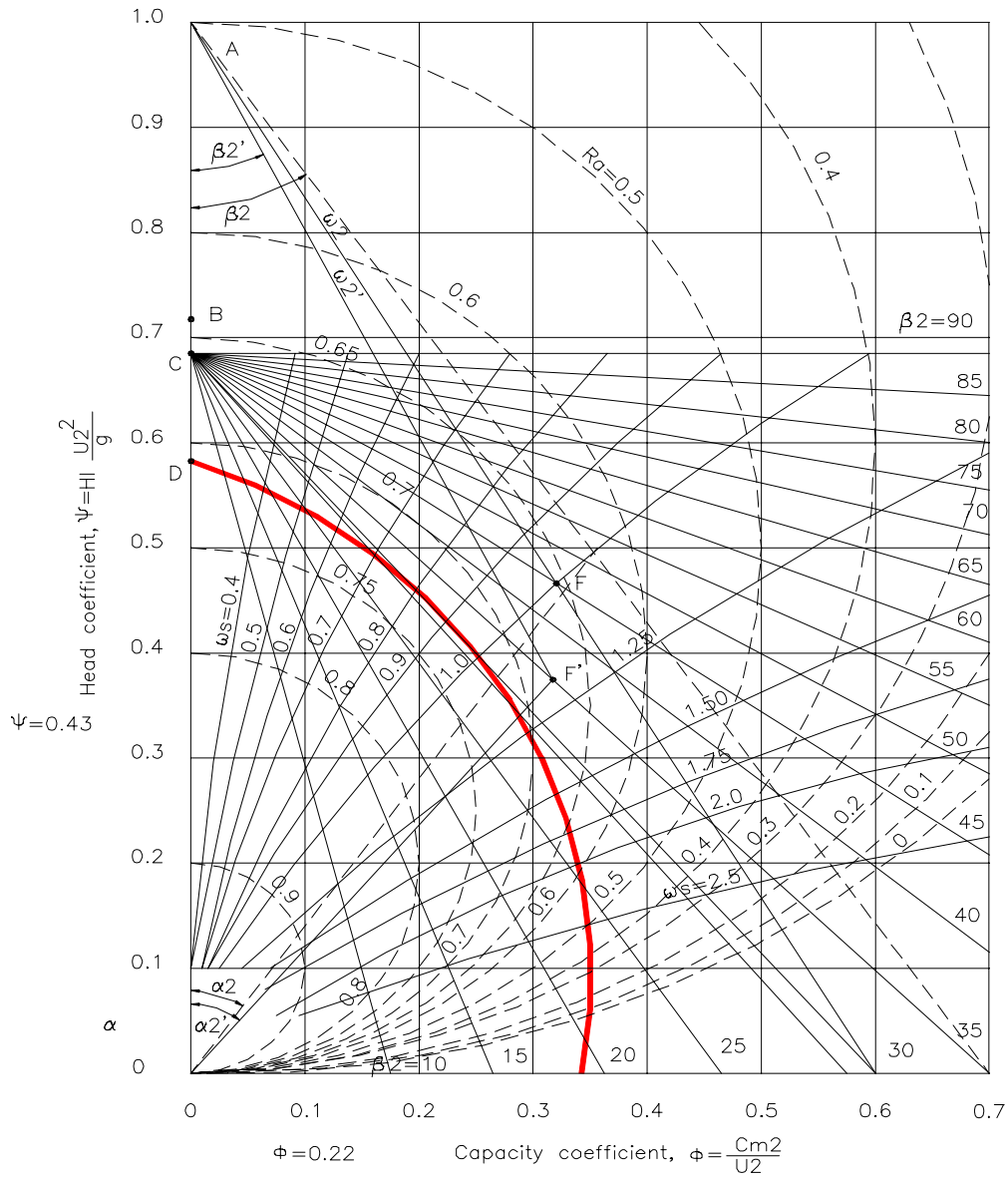


Fig. 12.7

Problema 13

13.1 Enunciado

Una bomba centrífuga radial está instalada de tal forma que cuando impulsa un caudal de 1800 l/min la lectura del vacuómetro colocado en la brida de entrada (DN = 120) marca -6 m.c. H₂O y el manómetro colocado en la brida de salida (DN = 100) indica una presión de 390 Kpa.

Esta bomba está accionada por un motor eléctrico que gira a 2850 rpm.

De la documentación técnica facilitada por el fabricante se extrae el croquis esquematizado en la figura.

Admitiendo que la bomba se mantiene en las condiciones de régimen de funcionamiento permanente y que las siguientes hipótesis:

- i- El flujo a la entrada es irrotacional;
- ii- El flujo en la corona difusora es un vórtice libre

$$c_u r = cte$$

- iii- El rendimiento hidráulico de la bomba es 85%;
- iv- Las pérdidas por rozamiento en la corona difusora son aproximadamente del orden del 35% de la energía cinética recuperable;

son ciertas, se pide:

1. Dibujar a escala los triángulos de Euler.
2. La desviación del flujo relativo a la salida de los álabes del rodete.
3. Evaluar el factor de disminución de trabajo.
4. Calcular el incremento de presión estática en la corona difusora.
5. Evaluar el grado de reacción en las condiciones reales de funcionamiento.

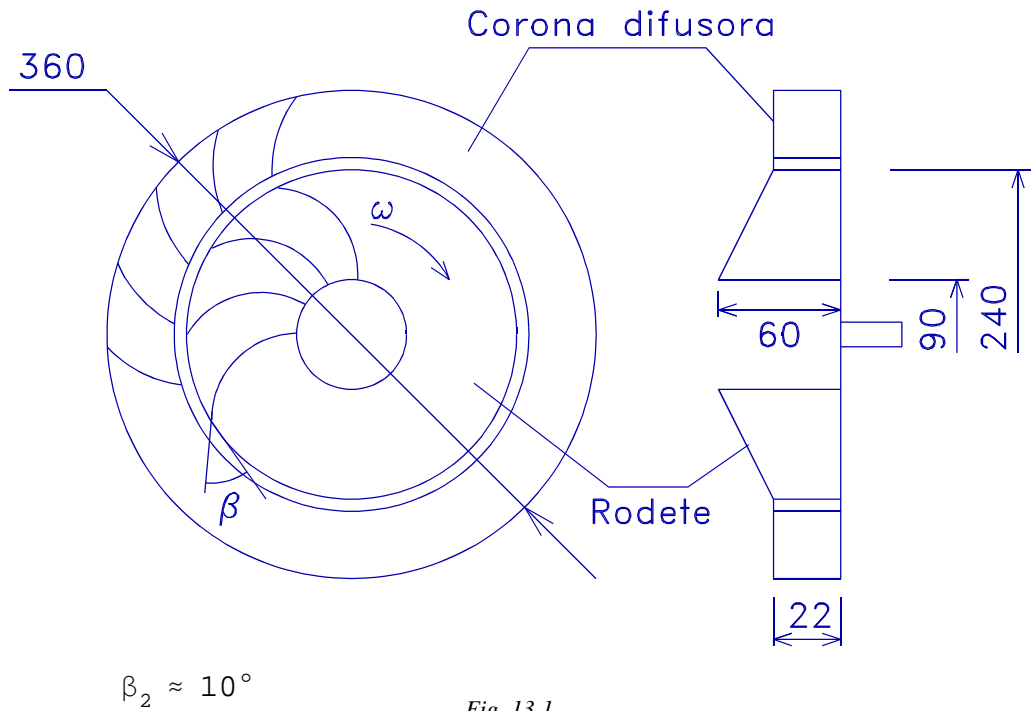


Fig. 13.1

13.2 Resolución

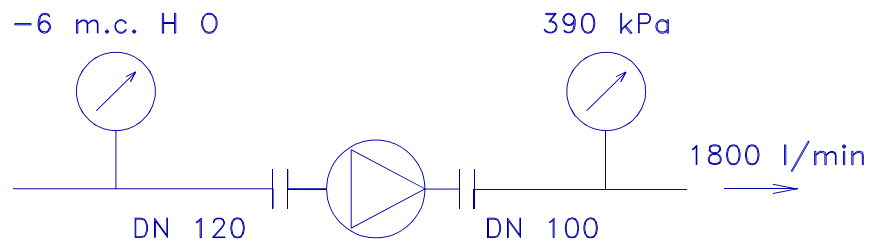


Fig. 13.2

1. En primer lugar debemos calcular la altura de elevación que transmite la bomba al fluido. Aplicando la ecuación de la energía entre las bridas de conexión tenemos:

$$\frac{P_E}{\rho g} + z_E + \frac{v_E^2}{2g} + H = \frac{P_S}{\rho g} + z_S + \frac{v_S^2}{2g}$$

en donde:

$$\frac{P_E}{\rho g} = -6m c H_2 O$$

$z_E = z_S$ (por hipótesis suponemos montaje horizontal)

$$\frac{v_E^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left[\frac{Q}{\pi D_E^2} \right]^2 = \frac{1}{2g} \left[\frac{1800 \text{ l}}{\text{min}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ l}} \frac{1}{\pi \cdot 0,120^2} \right]^2 = 0,3589 \text{ m}$$

$$\frac{P_s}{\rho g} = \frac{390000 \text{ Pa}}{(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})} = 39,79 \text{ m}$$

$$\frac{v_S^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left[\frac{Q}{\pi D_S^2} \right]^2 = \frac{1}{2g} \left[\frac{1800 \text{ l}}{\text{min}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ l}} \frac{1}{\pi \cdot 0,1^2} \right]^2 = 0,744 \text{ m}$$

Susstituyendo, resulta:

$$H = 39,79 + 0,744 - (-9) - 0,3589 = 46,175 \text{ m}$$

Si el rendimiento hidráulico es del 85%, entonces:

$$H_t = \frac{H}{\eta_H} = \frac{46,175 \text{ m}}{0,85} = 54,32 \text{ m}$$

Por otra parte, según la teoría de Euler:

$$H_{t_w} = \frac{1}{g} [u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}]$$

Por hipótesis de entrada sin giro $c_{1u}=0$, luego:

$$H_{t_e} = \frac{u_2 c_{2u}}{g}$$

Y la altura teórica con un número finito de álabes es:

$$H_t = \frac{u_2 c'_{2u}}{g}$$

De esta expresión podemos calcular C'_{2u} :

$$c'_{2u} = \frac{g H_t}{u_2} = \frac{9,8 \frac{m}{s^2} 54,32 m}{2850 \frac{2\pi}{60} \frac{rad}{s} \frac{0,240}{2} m} = 14,86 \text{ m/s}$$

Para calcular el resto de los vectores del triángulo de velocidades, podemos aplicar la definición de caudal a la salida del rodete:

$$Q = C_{2m} \pi D_2 b_2$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{0,03 \frac{m^3}{s}}{\pi \cdot 0,240 \cdot 0,022 m^2} = 1,81 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \omega \frac{D_2}{2} = 2850 \frac{2\pi}{60} \frac{rad}{s} \frac{0,240}{2} m = 35,81 \text{ m/s}$$

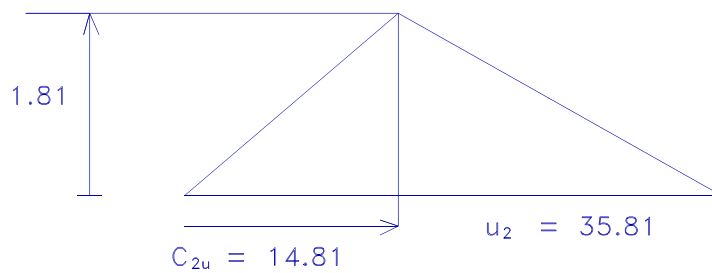


Fig. 13.3

El ángulo de velocidad relativa será:

$$\operatorname{tg} \beta_2' = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}'} = \frac{1,81}{35,81 - 14,86} \Rightarrow \beta_2' = 4,94^\circ$$

2. Este dato nos permite deducir la desviación que sufre el fluido a la salida del rodete (movimiento relativo):

$$\Delta\beta = \beta_2' - \beta_2 = 4,94 - 10 = -5,06^\circ$$

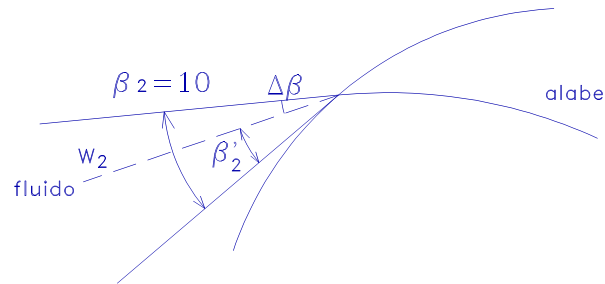


Fig.13.4

3. Para evaluar el factor de disminución de trabajo sólo tenemos que recurrir a calcular c_{2u} , habida cuenta que:

$$e_z = \frac{c_{2u}'}{c_{2u}}$$

Del triángulo de Euler, para un número infinito de álabes, se cumple :

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}}$$

$$u_2 - c_{2u} = \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$c_{2u} = 35,81 - \frac{1,81}{\operatorname{tg} 10^\circ} = 0,58$$

y por tanto:

$$e_z = \frac{c'_{2u}}{c_{2u}} = \frac{14,86}{25,84} = 0,58$$

4. Sabemos que en la corona difusora se debe cumplir:

Ecuaciones de flujo:

$$c_2 r = cte$$

o bien:

$$c_{2u} r_2 = c_{3u} r_3;$$

Ecuación de continuidad:

$$c_{2m} \pi D_2 b_2 = c_{3m} \pi D_3 b_3$$

De estas dos ecuaciones podemos evaluar la magnitud de las componentes tangencial y meridiana de la velocidad absoluta del fluido a la salida de la corona difusora:

$$c_{3u} = c'_{2u} \frac{D_2}{D_3} = 14,86 \frac{m}{s} \frac{0,240}{0,360} = 9,9 m/s$$

$$c_{3m} = c_{2m} \frac{D_2}{D_3} = 1,81 \frac{m}{s} \frac{0,240}{0,360} = 1,20 m/s$$

La energía cinética recuperable es:

$$\Delta \frac{c^2}{2g} = \frac{c_2'^2}{2g} - \frac{c_3^2}{2g}$$

donde:

$$c_2' = \sqrt{c_{2u}^2 + c_{2m}^2} = \sqrt{14,86^2 + 1,81^2} = 14,97 \frac{m}{s}$$

$$c_3 = \sqrt{c_{3u}^2 + c_{3m}^2} = \sqrt{9,9^2 + 1,2^2} = 9,97 \frac{m}{s}$$

$$\Delta \frac{c^2}{2g} = \frac{14,97^2 - 9,97^2}{2 \cdot 9,8} = 6,36 m/s$$

En la corona difusora se cumplirá:

$$\Delta \frac{c^2}{2g} = \Delta \frac{P}{\rho g} + \Delta \zeta$$

o bien:

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = \Delta \frac{c^2}{2g} - \Delta \zeta$$

donde:

$$\Delta \zeta = 0,35 \frac{\Delta c^2}{2g} \quad (\text{por hipótesis})$$

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = (1 - 0,35) \frac{\Delta c^2}{2g} = 0,65 \cdot 6,36 = 4,134 \text{ m}$$

5. El grado de reacción se define como:

$$\chi_{RODETE} = \frac{H_{estática}}{H_{total}} = 1 - \frac{H_{dinámica}}{H_{total}}$$

donde.

$$H_{dinámica} = \frac{c^2 - c_1^2}{2g}$$

$$H_{dinámica} = \frac{14,97^2 - \left[\frac{Q}{\pi D_1 b_1} \right]^2}{2g}$$

$$c_{1m} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{0,03 \frac{m^3}{s}}{\pi \cdot 0,09 \cdot 0,060 \text{ m}^2} = 1,768 \text{ m/s}$$

$$H_{dinámica} = \frac{14,97^2 - 1,768^2}{2 \cdot 9,8} = 11,274$$

$$X_R = 1 - \frac{11,274}{46,175} = 0,756$$

Problema 14

14.1 Enunciado

Un taller de pintura tiene un sistema de ventilación constituido por:

Un sistema de impulsión en el cual se produce una pérdida de 300 Pa cuando fluyen 3 m³/s de aire limpio.

Un sistema de extracción en el que se produce una pérdida de presión de 425 Pa cuando fluyen 2,5 m³/s de aire viciado.

Sabiendo que los ventiladores instalados son iguales y que la curva característica es:

Tabla 14.a

Q (m ³ /s)	P _{TOTAL} (Pa)	Potencia absorbida (kW)
0	750	0.66
1	755	1.13
2	730	1.77
3	590	2.30
4	275	2.30

1. Calcular la presión que reina en el taller y el caudal de aire renovado.
2. Si a través de la puerta de acceso hay una pérdida de aire que en un momento se puede cuantificar de 0,5 m³/s cuando la diferencia de presión es de 125 Pa, evaluar la presión en el interior

del taller y los caudales de aire impulsado y extraído.

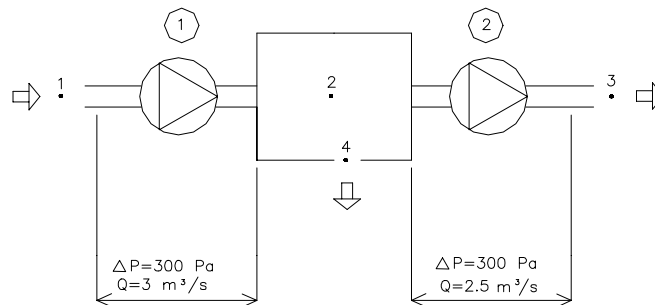
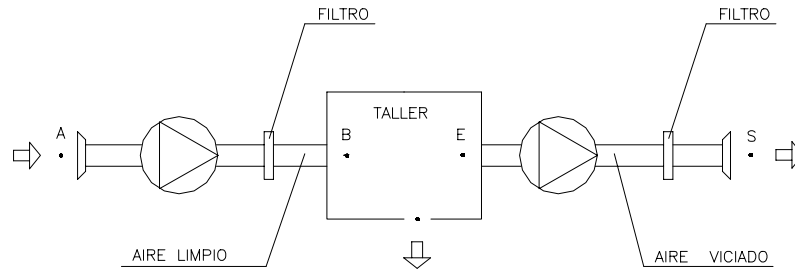


Fig. 14.1 y 14.2

14.2 Resolución

Curva característica, pérdidas:

$$\Delta P_{12} = A \cdot Q^2$$

$$A = \frac{300}{3^2} = 33,33$$

$$\Delta P_{12} = 33,33 \cdot Q^2$$

$$A' = \frac{425}{2,5^2} = 68$$

$$\Delta P_{23}' = 68 \cdot Q^2$$

1. Haciendo el balance de energía entre los puntos 1 y 2:

$$P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \Delta P_{VENTIL_1} = P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \Delta P_{12}$$

$$P_2 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \Delta P_{VENTIL_2} = P_3 + \rho \frac{v_3^2}{2} + \Delta P_{23}$$

$$\rho \frac{v_1^2}{2} = \rho \frac{v_2^2}{2} = \rho \frac{v_3^2}{2}$$

Admitiendo $P_1 = P_3 = P_{atm}$ entonces: $\Delta P_{VENTIL_1} = P_2 + \Delta P_{12}$

resulta: $P_2 + \Delta P_{VENTIL_2} = \Delta P_{23}$

o bien: $P_2 = \Delta P_{VENTIL_1} - \Delta P_{12}$

$$P_2 = \Delta P_{23} - \Delta P_{VENTIL_2}$$

Podemos resolver gráficamente este sistema de ecuaciones, ya que P_2 tiene que ser igual para los dos sistemas:

Tabla 14.b

Q (m^3/s)	ΔP_{V_1}	ΔP_{12}	P_2
0	750	0	750,0
1	755	33,3	721,7
2	730	133,32	596,7
3	590	299,97	290
4	275	533,28	

Tabla 14.c

ΔP_{V_2}	ΔP_{23}	P_2
750	0	-750,0
755	68	-687,0
730	272	-458,0
590	612	22,0
275	1088	813,0

Tabla 14.d

ΔP_{24}
0
500
2000
4500

De acuerdo con la figura 14.3, el punto de funcionamiento corresponde a un caudal de 3,27 m^3/s y la Presión en el taller de 180 Pa.

2. Hay una fuga de aire; la curva característica de la puerta de acceso será:

$$P_2 = P_4 + \Delta P_{24}$$

en donde:

$$\Delta P_{24} = A'' \cdot Q^2$$

$$A'' = \frac{125}{0,5^2} = 500$$

$$P_2 = P_4 + 500 Q^2$$

Como $P_4 = P_{atmosférica}$, $P_2 = 500Q^2$

combinando gráficamente las curvas características de la puerta de acceso con la de impulsión y evaluando el punto de intersección, resulta:

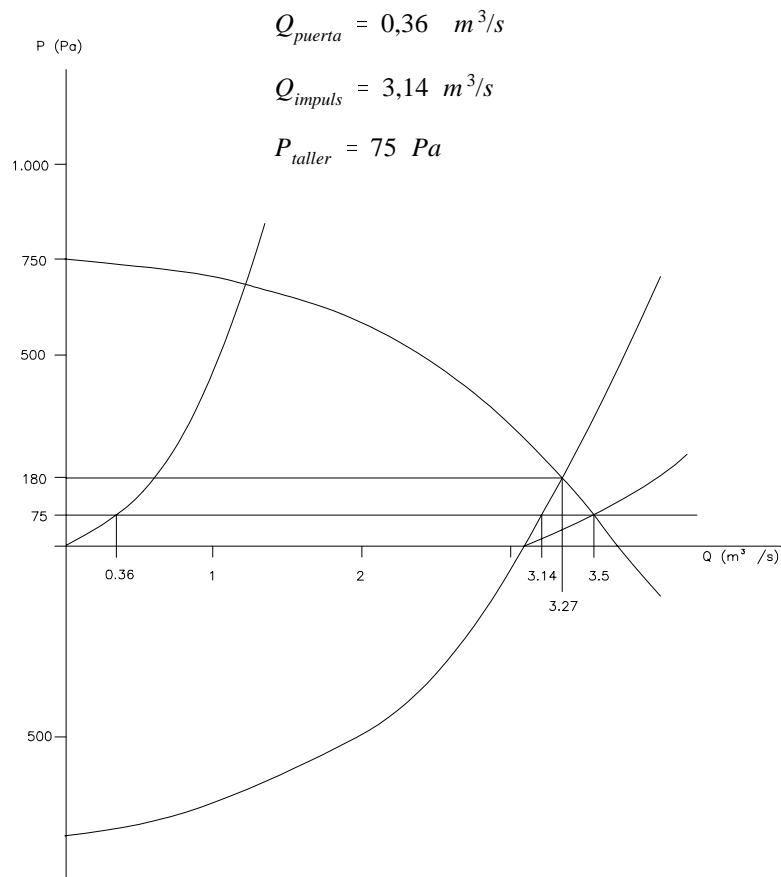


Fig.14.3

Problema 15

15.1 Enunciado

En la figura 15.1 tenemos el esquema de una instalación para el suministro de agua. Los datos geométricos de la misma se han resumido más adelante.

Las curvas características de las bombas empleadas están representadas en la figura 15. 2.

Se pide:

1. Hallar el caudal que pasa por cada rama de tubería, cuando la presión relativa en el depósito 1 es de $-0,03$ MPa.
2. Comprobar si existe alguna bomba que funcione bajo condiciones de cavitación. En caso afirmativo comentar las posibles soluciones.

Hipótesis de trabajo:

Suponer que en las condiciones de trabajo en régimen permanente, el coeficiente de rozamiento $f = 0,03$ en todos los tramos. Considerar la presión atmosférica de $0,1$ MPa.

$$L_1 = 25 \text{ m} \quad L_2 = 1000 \text{ m} \quad L_3 = 180 \text{ m} \quad L_4 = 2000 \text{ m}$$

$$D_1 = 0,5 \text{ m} \quad D_2 = 0,5 \text{ m} \quad D_3 = 0,45 \text{ m} \quad D_4 = 0,45 \text{ m}$$

$$K_v = 3600 \text{ (para válvula conducto de aspiración)}$$

$$K_v = 2880 \text{ (válvula línea tres)}$$

Cotas:

$$Z_1 = 0 \text{ m} \quad Z_2 = 100 \text{ m} \quad Z_3 = 30 \text{ m} \quad Z_A = 2 \text{ m}$$

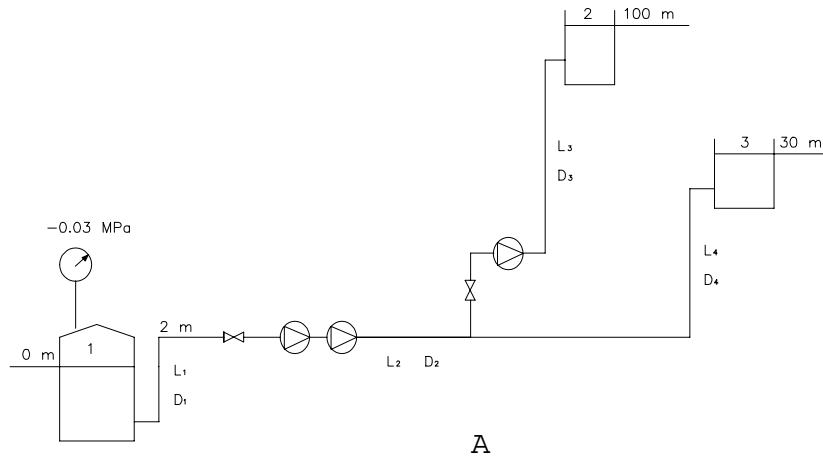


Fig. 15.1

15.2 Resolución

1. Por convenio denominaremos E_i a la energía total por unidad de peso del fluido en un punto i de la instalación.

$$E_i = Z_i + \frac{V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\rho g}$$

Denominamos también a E_i como las pérdidas de presión que hay en el tramo i ésimo. Para calcularlas aplicaremos la ecuación de Darcy Weisbach.

Lo que hemos de hacer es hallar el punto de funcionamiento del sistema, que se define como la intersección entre la curva que representa la energía que el sistema necesita, y la curva que representa la energía que aporta el grupo de bombeo.

Una vez definidos los sentidos de circulación del fluido, el siguiente paso ha de ser el establecer un balance de energía para cada uno de los tramos de la instalación.

Empezaremos aplicando Bernouilli entre los puntos A y 2, y A y 3 de la instalación.

Así pues entre el punto A y el depósito 3 tenemos:

$$E_{A4} = E_3 + \Delta E_4$$

$$E_{A4} = Z_3 + f \frac{L_4}{D_4^5} \frac{8Q_4^2}{\pi^2 g}$$

$$E_{A4} = 30 + 0,03 \frac{2000}{0,45^5} \frac{8Q_4^2}{\pi^2 g}$$

$$E_{A4} = 30 + 268,9Q_4^2$$

En la figura 15.3 está representada esta ecuación.

E_{A4} representa la energía del punto A vista desde la rama 4.

Antes de aplicar Bernouilli en el otro tramo (A-2) vamos a hallar la curva característica de las dos válvulas.

En el conducto de aspiración tenemos una válvula con un $K_v = 3600$. Según norma el K_v es el caudal en m^3/h que atraviesa una válvula cuando su pérdida de carga es de 0,1 Mpa.

Así, la ecuación que regirá esta válvula será:

$$K_v = 3600 \left(\frac{m^3}{h} \right) = 1 \left(\frac{m^3}{s} \right)$$

$$0,1 \text{ MPa} \approx 10 \text{ m col agua}$$

$$\Delta E_{v1} = KQ_1^2$$

$$10 = K \text{ 1}^2; \quad K = \frac{10}{1^2} = 10$$

$$\Delta E_{v1} = 10Q_1^2$$

Para la válvula instalada en el tercer tramo queda:

$$K_V = 2880 \left(\frac{m^3}{h} \right) = 0,8 \left(\frac{m^3}{s} \right)$$

$$\Delta E_{V2} = K Q_3^2$$

$$10 = K 0,8^2; \quad K = \frac{10}{0,8^2} = 15,6$$

$$\Delta E_{V2} = 15,6 Q_3^2$$

Si aplicamos Bernouilli entre los puntos A y 2 se obtiene:

$$E_{A3} + H_{B3} = E_2 + \Delta E_3 + \Delta E_{V2}$$

$$E_{A3} = E_2 + \Delta E_3 + \Delta E_{V2} - H_{B3}$$

$$E_{A3} = 100 + 0,03 \frac{180}{0,45^5} \frac{8 Q_3^2}{\pi^2 g} + 15,6 Q_3^2 - H_{B3}$$

$$E_{A3} = 100 + 24,2 Q_3^2 + 15,6 Q_3^2 - H_{B3}$$

$$E_{A3} = 100 + 39,8 Q_3^2 - H_{B3}$$

$$\text{llamamos } E_5 = 100 + 39,8 Q_3^2$$

Cada uno de los términos de las ecuaciones anteriores está representado en la figura 15.3, así como su combinación en serie, que consiste en sumar energías para un caudal dado, obteniendo como resultado la curva E_{A3} .

Por otro lado, aplicando la ecuación de continuidad en el punto A tenemos:

$$Q_2 = Q_3 + Q_4$$

de donde podemos deducir que para hallar la curva característica del subsistema equivalente a los tramos 3 y 4 a la que llamamos E_A , hemos de combinar en paralelo las curvas características E_{A3} y E_{A4} , esto es, sumar caudales para una energía dada en A. En la figura 15. 3 está asimismo representada E_A .

El siguiente paso es aplicar Bernouilli entre el depósito 1 y el punto A, donde queda:

$$E_1 + H = E_A + \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_{VI}$$

$$H = E_A + \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_{VI} - E_1$$

En la parte izquierda de esta ecuación, H , representa la energía que el grupo de bombeo suministra al sistema, mientras que los términos de la parte derecha representan la energía que el sistema absorbe. Si llamamos E_s al conjunto de los términos de la parte derecha, tenemos:

$$E_s = E_A + \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_{VI} - E_1$$

de donde, dando valores a cada término, nos queda:

$$E_s = E_A + 0,03 \frac{25}{0,5^5} \frac{8Q_1^2}{\pi^2 g} + 0,03 \frac{1000}{0,5^5} \frac{8Q_2^2}{\pi^2 g} + 10 Q_1^2 - \frac{-0,3}{1000} \frac{1^5}{9,8}$$

$$E_s = E_A + 1,98 Q_1^2 + 79,49 Q_2^2 + 10 Q_1^2 + 3,06$$

Llamamos

$$E_{1A} = 1,98Q_1^2 + 79,49Q_2^2 + 10Q_1^2 + 3,06$$

Puesto que entre el depósito 1 y el punto A el fluido sólo puede circular por un único conducto (no hay ramificaciones), se cumple que:

$$Q_1 = Q_2 = Q_{B1} = Q_{B2}$$

Por tanto, E_{1A} surgirá de la combinación en serie de los términos que componen su ecuación característica. Cada uno de los términos de esta ecuación, así como su resultado final, están representados en la figura 15.4.

Así pues, la curva característica equivalente del sistema E_s , será el resultado de combinar en serie las curvas representadas por E_A y E_{1A} . (Fig. 15.5).

Por otro lado tenemos que la curva que representa la energía que el grupo de bombeo suministra al sistema, a la cual hemos denominado H , nace de la composición en serie de las curvas características de las bombas 1 y 2, a las cuales hemos llamado respectivamente H_{B1} y H_{B2} . La curva H está representada en la figura 15. 2. Como ya se ha dicho su intersección con la curva característica del sistema E_s nos dará el punto de funcionamiento del mismo. (Fig.15.5).

Una vez hallado el punto de funcionamiento, deshaciendo todo el cálculo gráfico obtenemos los siguientes resultados:

$$Q_1 = Q_2 = 0,503 \frac{m^3}{S}$$

$$Q_3 = 0,186 \frac{m^3}{S}; Q_4 = 0,316 \frac{m^3}{S}$$

$$\Delta E_1 = 0,5 \text{ m}; \Delta E_2 = 20,2 \text{ m};$$

$$\Delta E_3 = 0,8 \text{ m}; \Delta E_4 = 27,1 \text{ m};$$

$$\Delta E_{V1} = 2,5 \text{ m}; \Delta E_{V2} = 0,5 \text{ m};$$

$$E_S = 83,3 \text{ m};$$

$$E_A = E_{A1} = E_{A2} = 57,1 \text{ m}$$

$$E_{B1} = 39,3 \text{ m}; E_{B2} = 44 \text{ m}; E_{B3} = 44,2$$

2. Cuando tenemos un sistema de bombas en serie, siempre y cuando estén cercanas, se estudia si la primera de ellas cavita, puesto que las restantes, excepto en casos muy peculiares, tendrán en la brida de aspiración una presión muy superior a la de cavitación.

En este problema estudiaremos si la bomba 1 cavita. Se tendría también que comprobar si la bomba 3 pudiese estar cavitando, pero si nos fijamos en la figura 15.3 observaremos que la energía en el punto A es de 57,1 m, energía más que suficiente para asegurar que en la bomba 3 no se va a producir cavitación.

La condición de no cavitación para cualquier bomba es:

$$NPSH_{DIS} > NPSH_{REQ}$$

y se cumple que:

$$NPSH_{DIS} = \frac{P_1}{\rho g} - \left[Z + \frac{V^2}{2g} + \Delta E_{V1} + \frac{P_{VAPOR}}{\rho g} + \Delta E_1 \right]$$

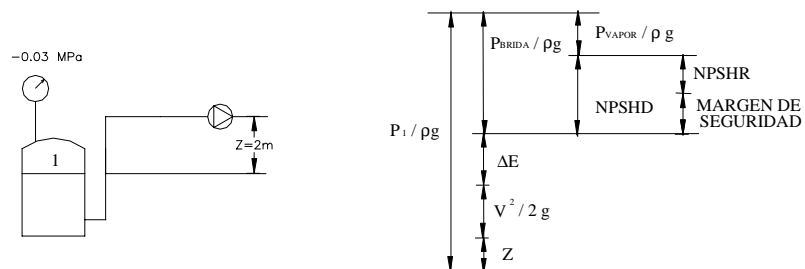


Fig. 15.6

Así, para la bomba 1 tenemos:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{0,7 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,8} = 7,14 \text{ m}$$

$$\Delta E_1 = 0,03 \frac{25 \cdot 80,503^2}{0,5^5 \cdot \pi^2 g} = 0,502 \text{ m}$$

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{Q^2}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 \cdot 9,8} = \frac{0,503^2}{\left(\frac{\pi \cdot 0,5^2}{4}\right)^2 \cdot 9,8} = 0,334 \text{ m}$$

$$\Delta E_{VI} = K Q_1^2 = 10 \cdot 0,503^2 = 2,5 \text{ m}$$

$$\frac{P_{VAPOR}}{\rho g} = \frac{0,025 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,8} = 0,255 \text{ m}$$

$$Z = 2 \text{ m}$$

$$NPSH_{DIS} = 1,549 \text{ m}$$

$$NPSH_{REQ} = 5 \text{ m}$$

El valor del $NPSH$ requerido se ha obtenido de la figura 15.2 partiendo del caudal que circula por la bomba 1. En vista de los resultados diremos que la bomba 1 cavitará; por tanto, no obtendremos los caudales esperados.

Posibles caminos para resolver el problema son:

a) Aumentar la presión en el tanque de aspiración hasta los 0,103 MPa o más.

Si:

$$NPSH_{REQ} - NPSH_{DIS} = 3,451 \text{ m}$$

la presión que ha de haber en el tanque 1 para que el resultado de la ecuación anterior sea cero será:

$$\frac{\Delta P_1}{\rho g} = 3,451 \text{ m}$$

$$\Delta P_1 = 3,451 \cdot 1000 \cdot 9.8 = 33819,8 \text{ Pa} \equiv 0,033819 \text{ MPa}$$

$$P_1 \text{ (ABSOLUTA)} = \Delta P_1 + P_{1 \text{ INICIAL}}$$

$$P_1 \text{ (ABS)} = 0,033 + 0,07 = 0,103 \text{ MPa}$$

Cualquier presión por encima de los 0,103 MPa en el tanque 1 evitará que en la bomba 1 se produzca cavitación.

b) Poner la bomba a una cota de -1,45 m o más abajo respecto el nivel del líquido del depósito. Sabemos que la bomba 1 estaba 2 m por encima del nivel del depósito; como necesitamos ganar como mínimo 3,451 m de energía para que se cumpla:

$$NPSH_{DIS} \geq NPSH_{REQ}$$

tenemos que la nueva cota para la bomba 1 ha de ser:

$$Z_{NUEVA} = Z_{ANTERIOR} - 3,451 = 2 - 3,451 = -1,451 \text{ m}$$

Situáramos la bomba 1 a 1,451 m o más por debajo del nivel de fluido del depósito 1 para evitar que se produzca cavitación.

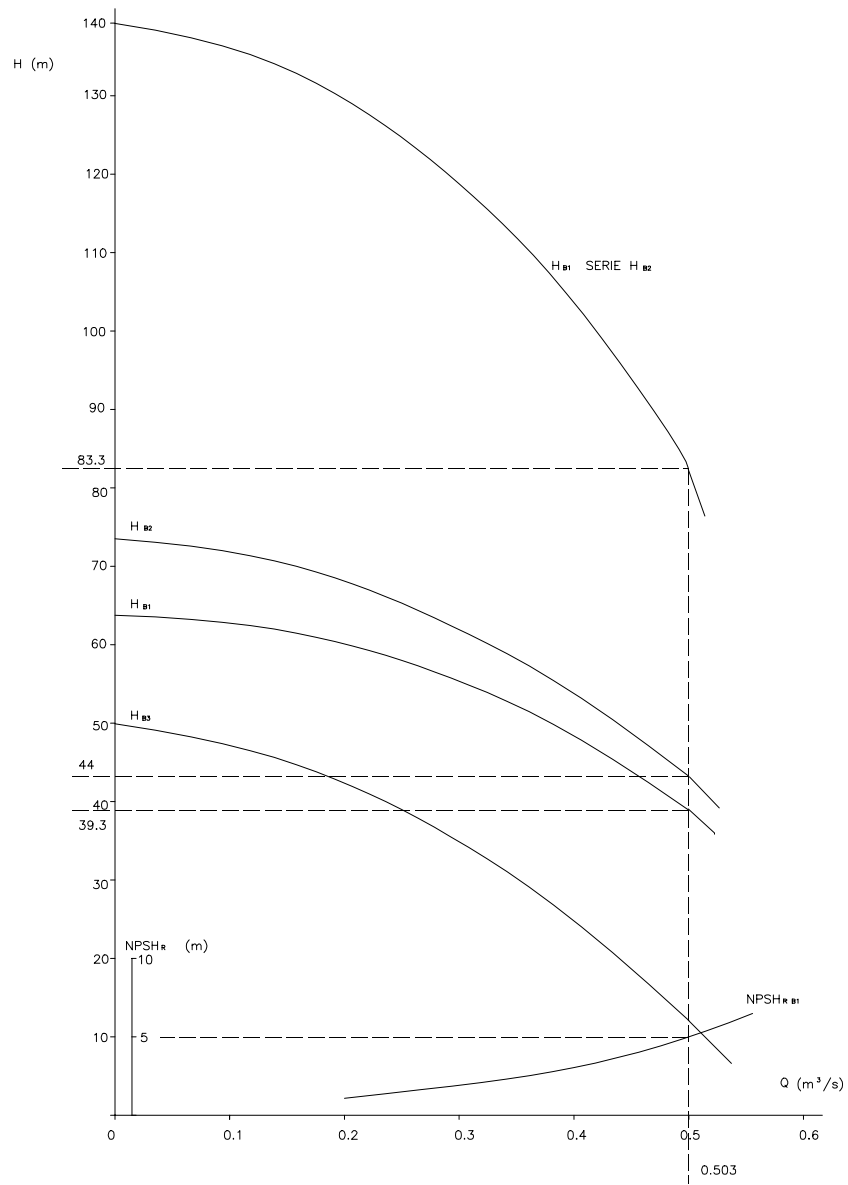


Fig. 15.2

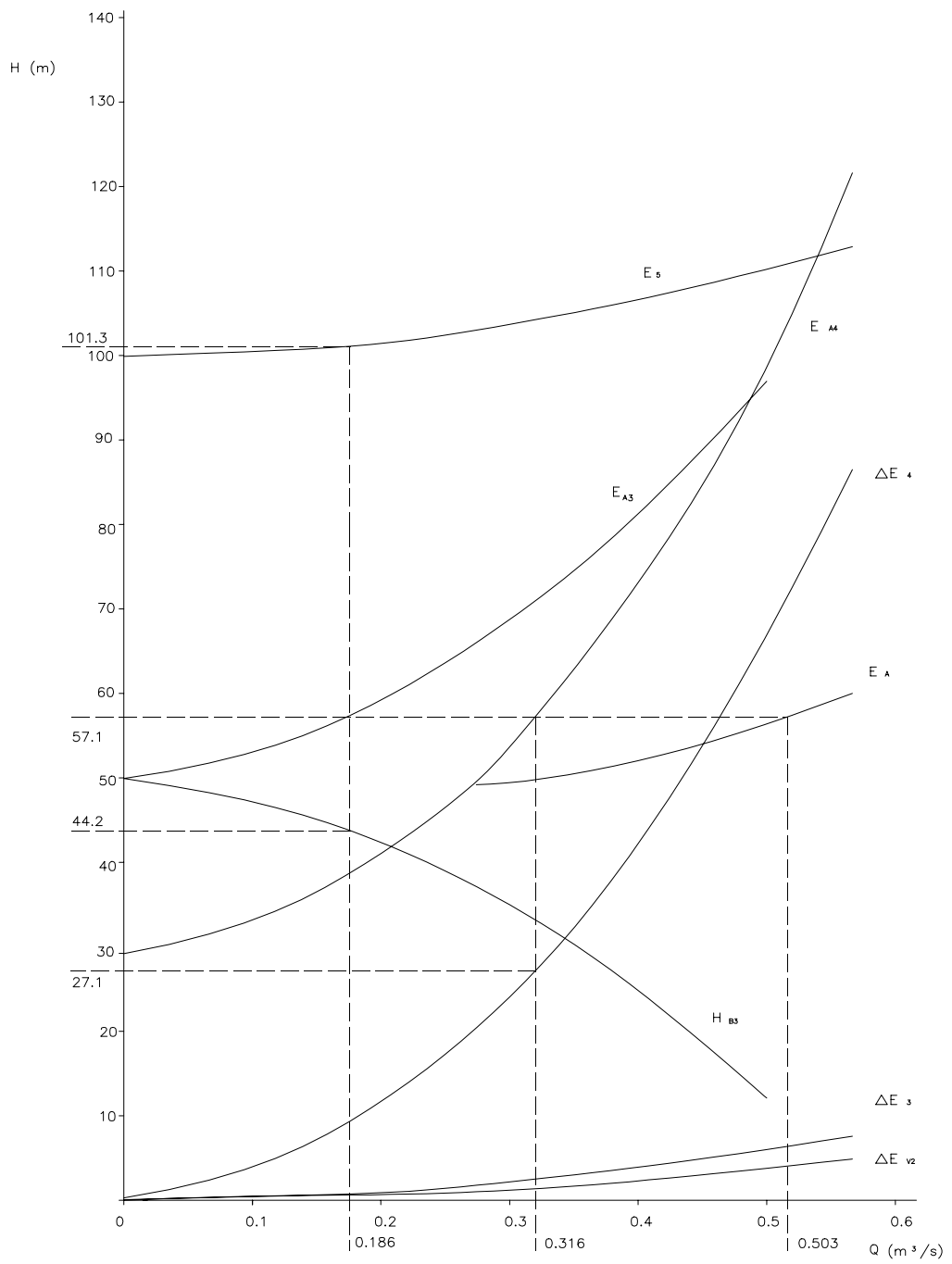


Fig. 15.3

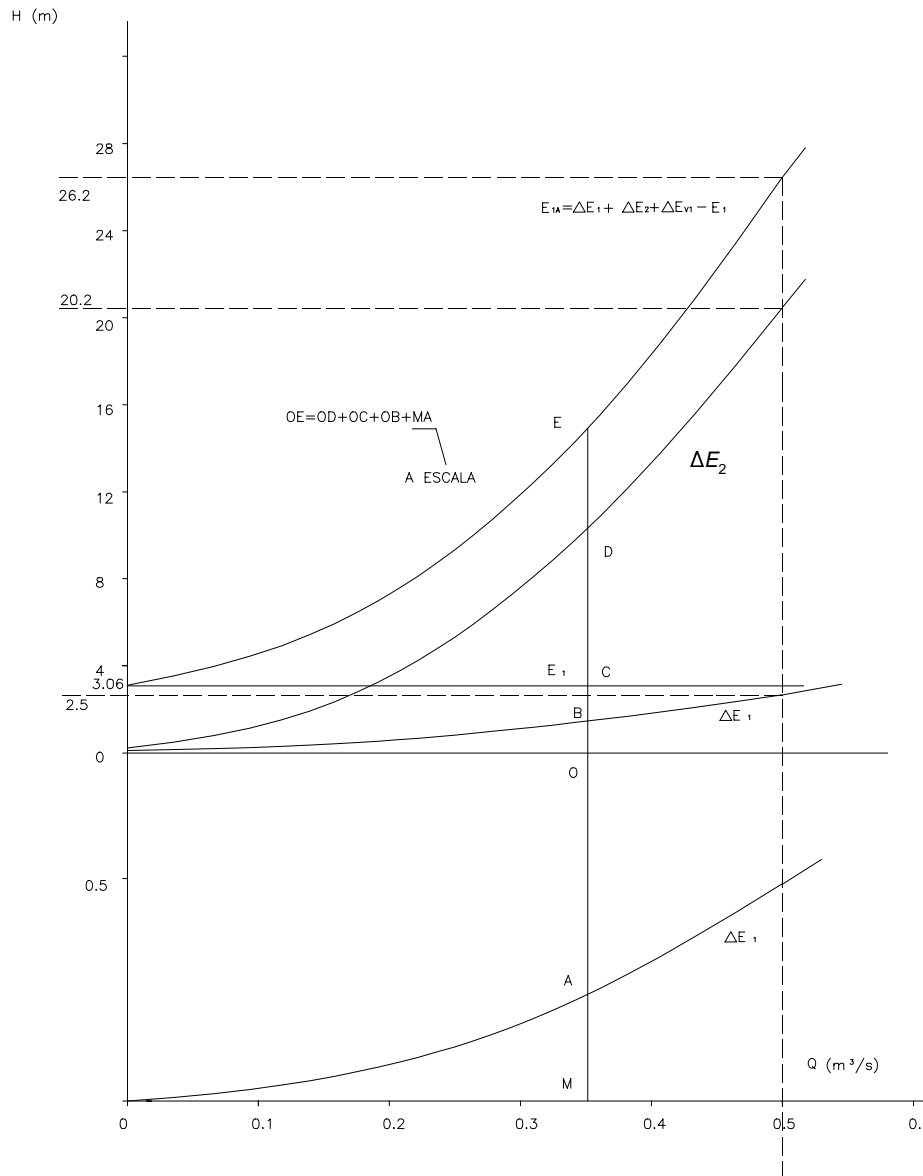


Fig. 15.4

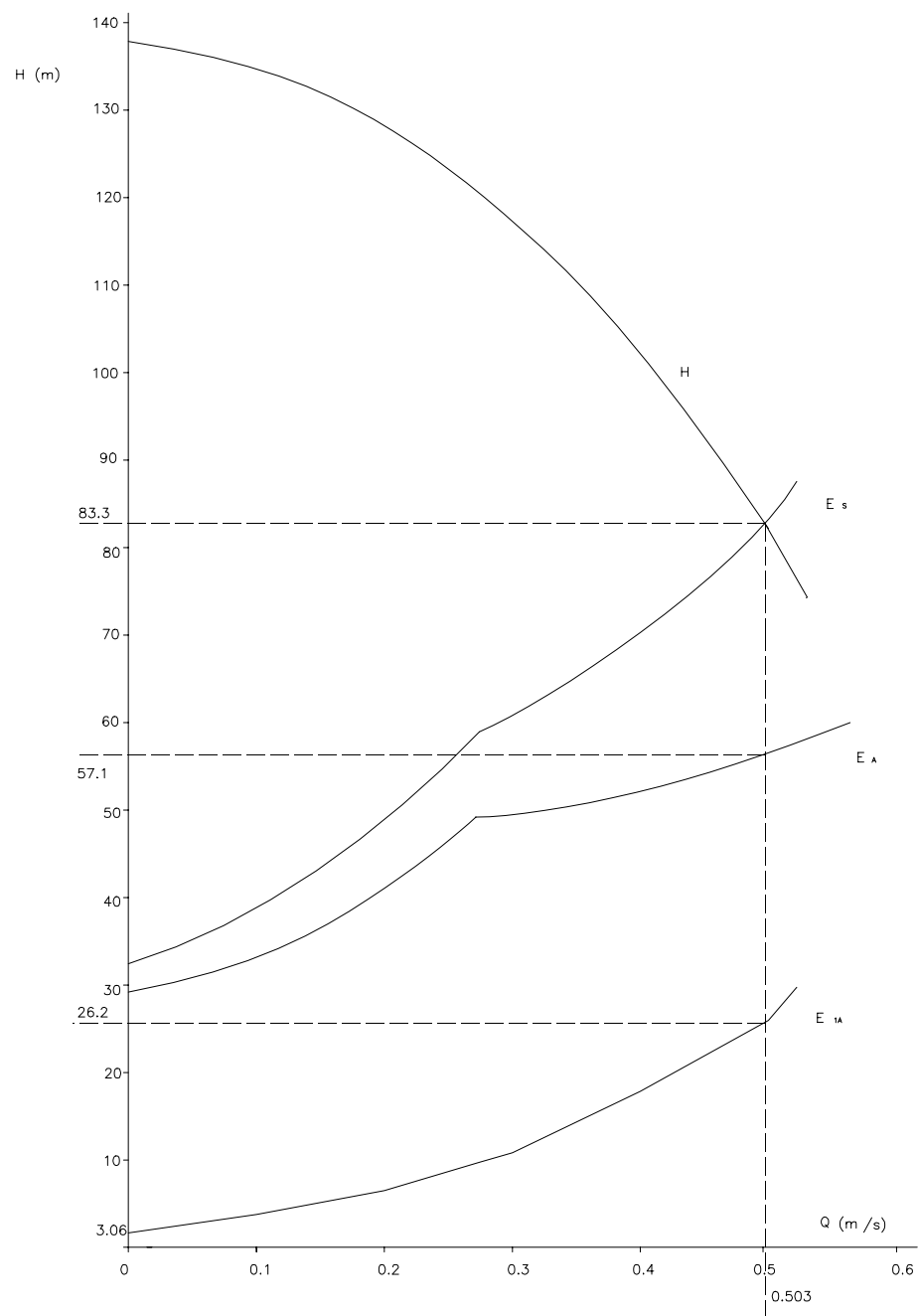


Fig.15.5

Problema 16

16.1 Enunciado

En la figura 16.1 se ha esquematizado una instalación para el suministro de agua. Los datos geométricos de la misma se han resumido en la tabla 1.

Las curvas características de las bombas empleadas están representadas en la figura 16.2.

Se pide:

1. Determinar el caudal que pasa por cada ramal de tubería si las presiones relativas en los depósitos 1 y 2 son, respectivamente: $P_1 = 0,1$ MPa, $P_2 = 0,17$ MPa.
2. Comprobar si existe alguna bomba que funcione bajo condiciones de cavitación.

Hipótesis de trabajo:

Suponer que, en las condiciones de trabajo en régimen permanente, el coeficiente de rozamiento $f = 0,02$ en todos los tramos. Considerar presión atmosférica = 0,1 MPa.

$L_1 = 25$ m ; $L_2 = L_3 = 4$ m ; $L_4 = 1000$ m ; $L_5 = 250$ m
 $L_6 = 200$ m ; $L_7 = 300$ m ; $L_8 = 2000$ m

$D_1 = D_4 = 0,5$ m ; $D_2 = D_3 = D_5 = D_6 = D_7 = 0,35$ m ;
 $D_8 = 0,45$ m

Cotas

$Z_1 = 1$ m ; $Z_2 = 20$ m ; $Z_3 = 32$ m ; $Z_4 = 30$ m ; $Z_A = 7$ m.

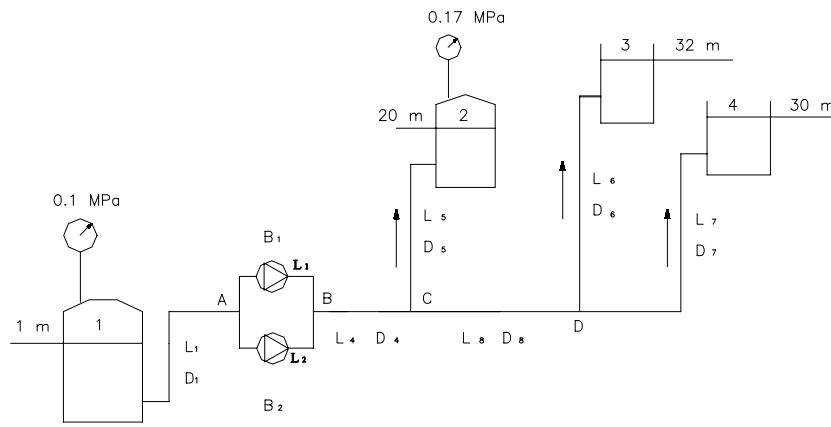


Fig. 16.1

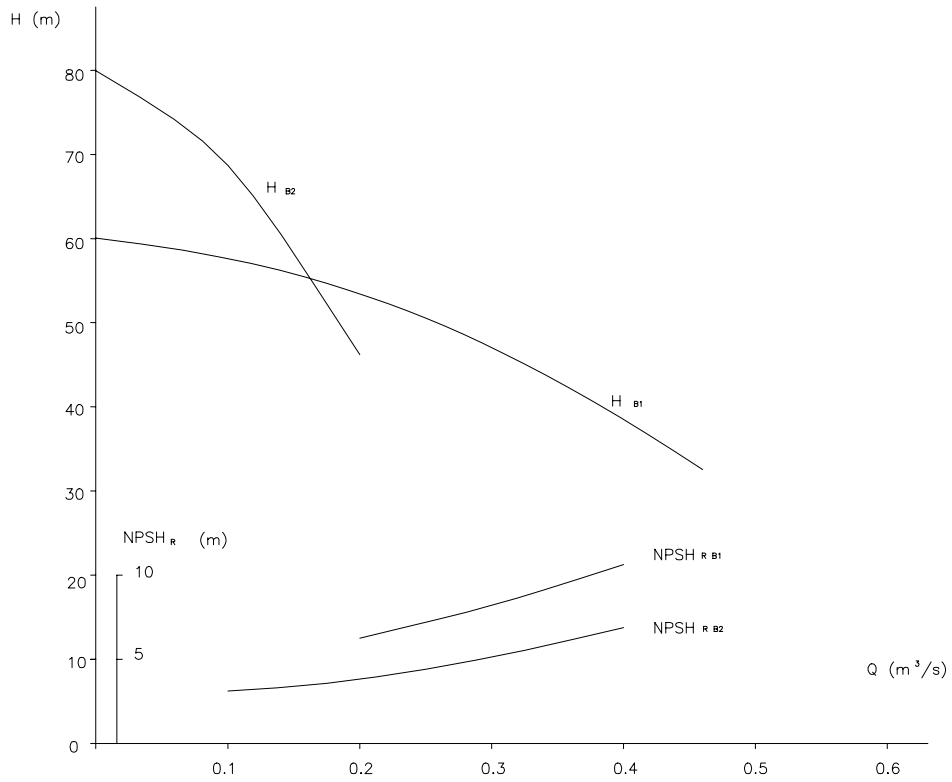


Fig. 16.2

16.2 Resolución

1. Lo primero que hay que hacer es dibujar el sentido en el que se supone que va a circular el fluido. En este problema se ha supuesto a priori que el líquido va del depósito 1 a los depósitos 2, 3 y 4, tal como indican las flechas de la figura 16.1. Por convenio denominaremos E_i a la energía total por unidad de peso del fluido en un punto i de la instalación.

$$\text{Llamaremos: } E_i = Z_i + \frac{V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\rho g}$$

Por otro lado diremos que E_i son las pérdidas de carga en el tramo i ésimo, las cuales calcularemos mediante la ecuación de Darcy Weisbach. En este tipo de problemas lo que se busca es reducir todo el sistema a sólo dos curvas, una que representa la energía que el sistema necesita, y otra que representa la energía que aporta el grupo de bombeo. La intersección de ambas curvas nos dará el punto de funcionamiento. Para ello, vamos a proceder a establecer un balance de energía para cada uno de los tramos de la instalación. Así, la ecuación de Bernoulli para el tramo de tubería entre el punto D y el depósito 4 será (en cada caso representaremos gráficamente la ecuación obtenida en función del caudal):

$$E_{D7} = E_4 + \Delta E_7 = Z_4 + f \frac{L_7}{D_7^5} \frac{8Q_7^2}{\pi^2 g}$$

$$E_{D7} = 30 + 0,02 \frac{300}{0,35^5} \frac{8Q_7^2}{\pi^2 g}$$

$$E_{D7} = 30 + 94,48Q_7^2$$

Haciendo lo mismo entre el punto D y el depósito 3, tenemos:

$$E_{D6} = E_3 + \Delta E_6$$

$$E_{D6} = 32 + 0,02 \frac{200}{0,35^5} \frac{8Q_6^2}{\pi^2 g}$$

$$E_{D6} = 32 + 62,99Q_6^2$$

Para hallar la curva característica del subsistema equivalente a los tramos 6 y 7, se procede a combinar las curvas características E_{D6} y E_{D7} teniendo en cuenta que ambos tramos están conectados en paralelo, es decir, para una misma energía en el punto D, se debe cumplir:

$$Q_8 = Q_6 + Q_7$$

En la figura 16.4 están representadas las energías de las ramas 6 y 7, y su composición en paralelo, a la cual llamamos E_D .

El siguiente paso es aplicar Bernouilli entre C y D.

$$E_{C8} = E_D + \Delta E_8$$

$$E_{C8} = E_D + 0,02 \frac{2000}{0,45^5} \frac{8Q_8^2}{\pi^2 g}$$

$$E_{C8} = E_D + 179,3Q_8^2$$

Donde:

$$E_D \sim [E_{D7} // E_{D6}]$$

El tramo CD está en serie con el sistema equivalente a los tramos 6 y 7, lo cual indica que para un mismo caudal Q_8 la pérdida de energía del tramo CD se añadirá a la pérdida de energía del subsistema equivalente a los tramos 6 y 7. En la figura 16.4 están representadas las curvas acabadas de mencionar.

Para el tramo 5, si aplicamos Bernouilli entre los puntos C y 2, tenemos:

$$E_{C5} = E_2 + \Delta E_5 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \Delta E_5$$

$$E_{C5} = \frac{0,17 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,8} + 20 + 0,02 \frac{250}{0,35^5} \frac{8Q_5^2}{\pi^2 g}$$

$$E_{C5} = 37,34 + 78,73Q_5^2$$

La curva que nos da la energía en C en función del caudal E_C será la combinación en paralelo de la curva que nos da la energía en C desde el punto de vista de la rama 5, que hemos denominado E_{C5} y la curva que nos da la energía en el punto C desde el punto de vista del circuito equivalente que se ve desde el punto C en dirección de la rama 8, al cual se ha denominado E_{C8} . Dado que en este enlace se cumple:

$$Q_4 = Q_5 + Q_8$$

Estas ecuaciones están representadas en la figura 16.5.

Finalmente, sólo nos resta aplicar Bernouilli entre los puntos B y C, por un lado, y entre A y 1, por el otro:

$$E_B = E_C + \Delta h_{BC} \quad (1)$$

$$E_1 = E_A + \Delta h_{A1} \quad (2)$$

De (2) aislamos la energía en el punto A:

$$E_A = E_1 - \Delta h_{1A} \quad (3)$$

Restamos a la ecuación (1) la ecuación (3) y obtenemos:

$$E_B - E_A = E_C - E_1 + \Delta h_{BC} + \Delta h_{1A}$$

Por otra parte, entre A y B la curva del sistema dado por las dos bombas será el resultado de sumar en paralelo las curvas de las dos bombas una vez restadas las pérdidas de carga correspondientes (Fig. 16.6):

$$(H_B - \Delta h_{AB})_{SIST} = (H_{B1} - \Delta h_{AB1}) // (H_{B2} - \Delta h_{AB2}) = E_B - E_A$$

Las pérdidas de carga en los diferentes tramos, en función del caudal circulante serán:

$$\Delta h = f \frac{L}{D^5} \frac{8 \cdot Q^2}{\Pi^2 \cdot g}$$

$$\Delta h_{BC} = 52.93 \cdot Q_4^2$$

$$\Delta h_{1A} = 1.32 \cdot Q_1^2$$

$$\Delta h_{AB1} = 1.26 \cdot Q_2^2$$

$$\Delta h_{AB2} = 1.26 \cdot Q_3^2$$

Hemos de recordar que para lo acabado de decir se cumple:

$$Q_1 = Q_4 = Q_2 + Q_3$$

y teniendo en cuenta que:

$$E_1 = \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{0,1 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,8} + 1$$

$$E_1 = 11,2 \text{ m}$$

Si confrontamos la curva $E_A - E_B$, con la curva del sistema proporcionado por las dos bombas, obtendremos

el punto de funcionamiento . (Fig.16.6).

Una vez hallado el punto de funcionamiento obtendremos al deshacer todo el cálculo gráfico, los caudales, las energías de cada punto, y las energías perdidas en cada tramo.

Los resultados son:

$$Q_1 = Q_4 = 0,485 \frac{m^3}{S}; \quad Q_2 = 0,295 \frac{m^3}{S}$$

$$Q_3 = 0,19 \frac{m^3}{S}; \quad Q_5 = 0,280 \frac{m^3}{S}; \quad Q_6 = 0,07 \frac{m^3}{S}$$

$$Q_7 = 0,130 \frac{m^3}{S}; \quad Q_8 = 0,200 \frac{m^3}{S}$$

2. Para hacer la segunda parte del problema hemos de recordar que para que una bomba no cavite se ha de cumplir:

$$NPSH_{DISP} > NPSH_{REQ}$$

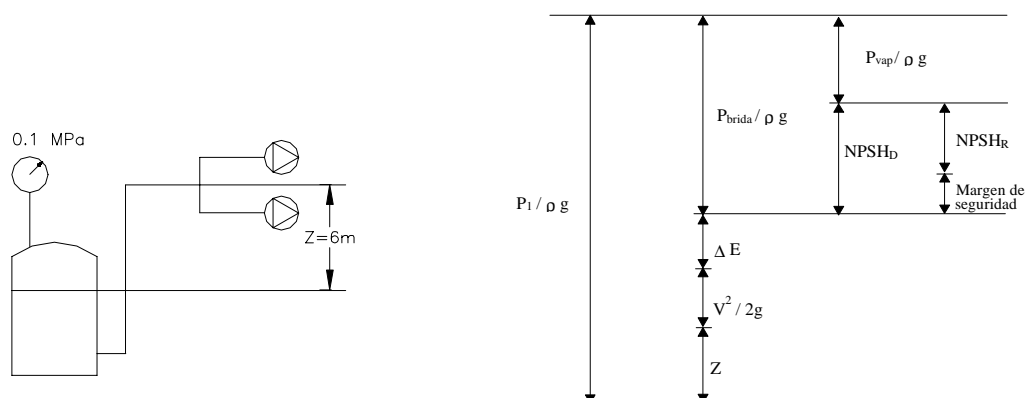


Fig. 16.3

Habida cuenta que:

$$NPSH_{DIS} = \frac{P_1}{\rho g} - \left[Z + \frac{V^2}{2g} + \Delta E_{1 \text{ BOMBA}} + \frac{P_{VAPOR}}{\rho g} \right]$$

Resulta para la bomba 1:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{0,2 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,8} = 20,4 \text{ m} \quad \text{col.agua}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{Q_2^2}{S_2^2 2g} = \frac{0,295^2}{\left(\frac{\pi \cdot 0,35^2}{4}\right)^2 \cdot 2 \cdot 9,8} = 0,479 \text{ m}$$

$$\Delta E_{1B_1} = 0,02 \frac{25}{0,5^5} \frac{8 \cdot 0,485^2}{\pi^2 g} +$$

$$0,02 \frac{4}{0,35^5} \frac{8 \cdot 0,295^2}{\pi^2 g}$$

$$\Delta E_{1B_1} = 0,86 + 0,109 = 0,969 \text{ m}$$

$$Z = 6 \text{ m}$$

$$NPSH_{DIS} = 12,97 \text{ m}$$

$$NPSH_{REQ} = 7,77 \text{ m}$$

donde el $NPSH$ requerido se ha obtenido de la figura 16.2, partiendo del caudal que atraviesa la bomba 1.

Se concluye diciendo que la bomba 1 no cavitará.

Para la bomba número 2 se cumple que:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{0,2 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,8} = 20,4 \text{ m} \quad \text{col.agua}$$

$$\frac{V_3^2}{2g} = \frac{Q_3^2}{S_2^2 2g} = \frac{0,19^2}{\left(\frac{\pi \cdot 0,35^2}{4}\right)^2 \cdot 2 \cdot 9,8} = 0,198 \text{ m}$$

$$\Delta E_{2B_1} = 0,02 \frac{25}{0,5^5} \frac{8 \cdot 0,485^2}{\pi^2 g} +$$

$$0,02 \frac{4}{0,35^5} \frac{8 \cdot 0,19^2}{\pi^2 g}$$

$$\Delta E_{2B_1} = 0,74 + 0,045 = 0,695 \text{ m}$$

$$Z = 6 \text{ m}$$

$$NPSH_{DIS} = 13,097 \text{ m}$$

$$NPSH_{R_{B2}} = 3,725 \text{ m}$$

Al igual que en el caso anterior, el $NPSH$ requerido se ha obtenido de la figura 16.2. Queda, pues, demostrado que en ninguna de las dos bombas se producirá cavitación.

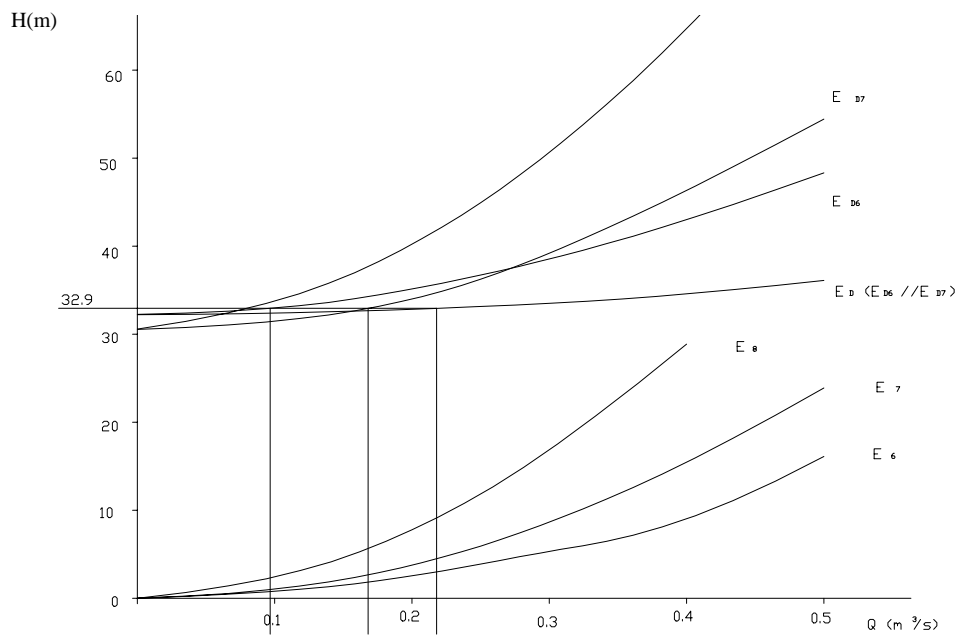


Fig. 16.4

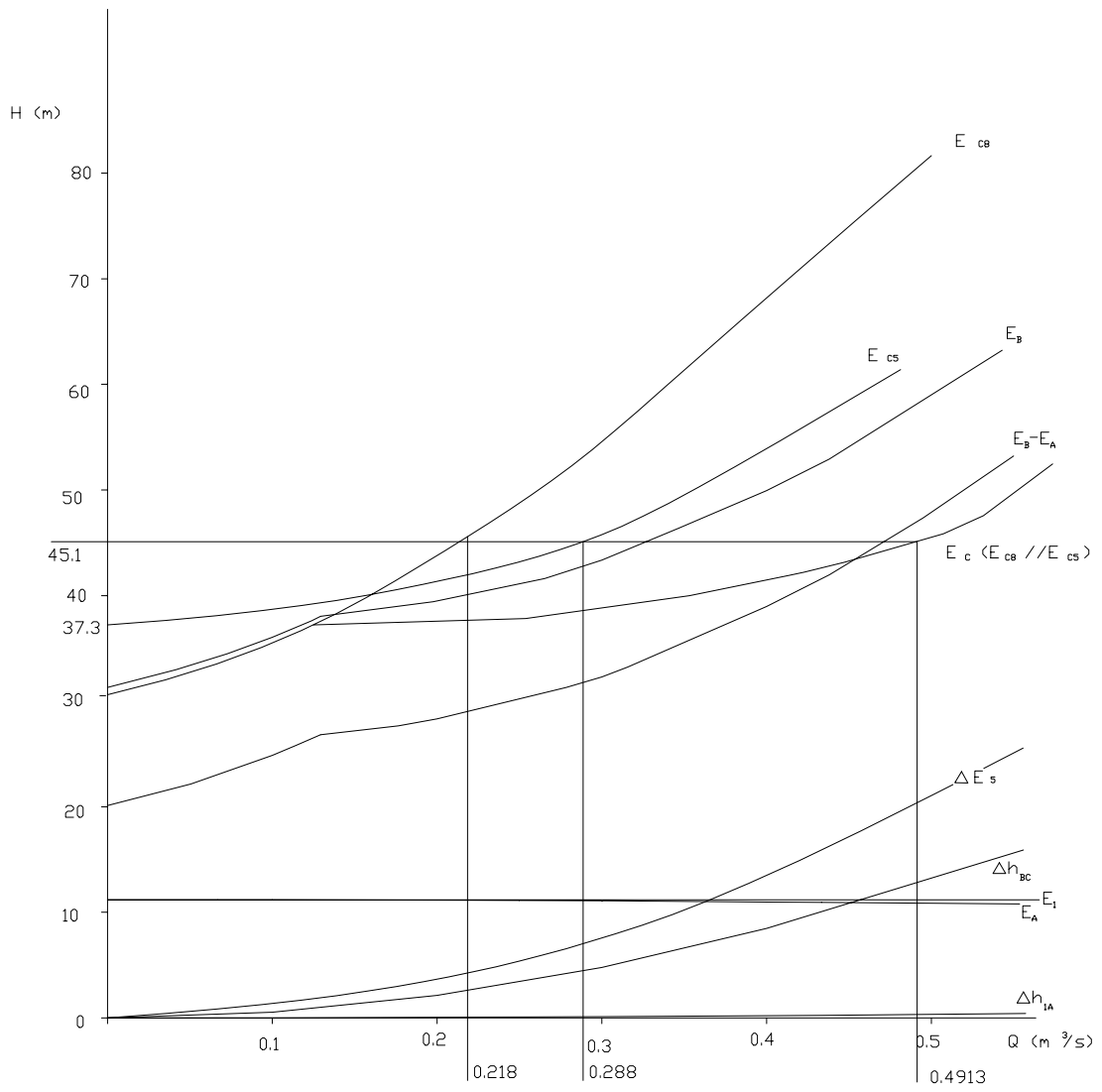


Fig. 16.5

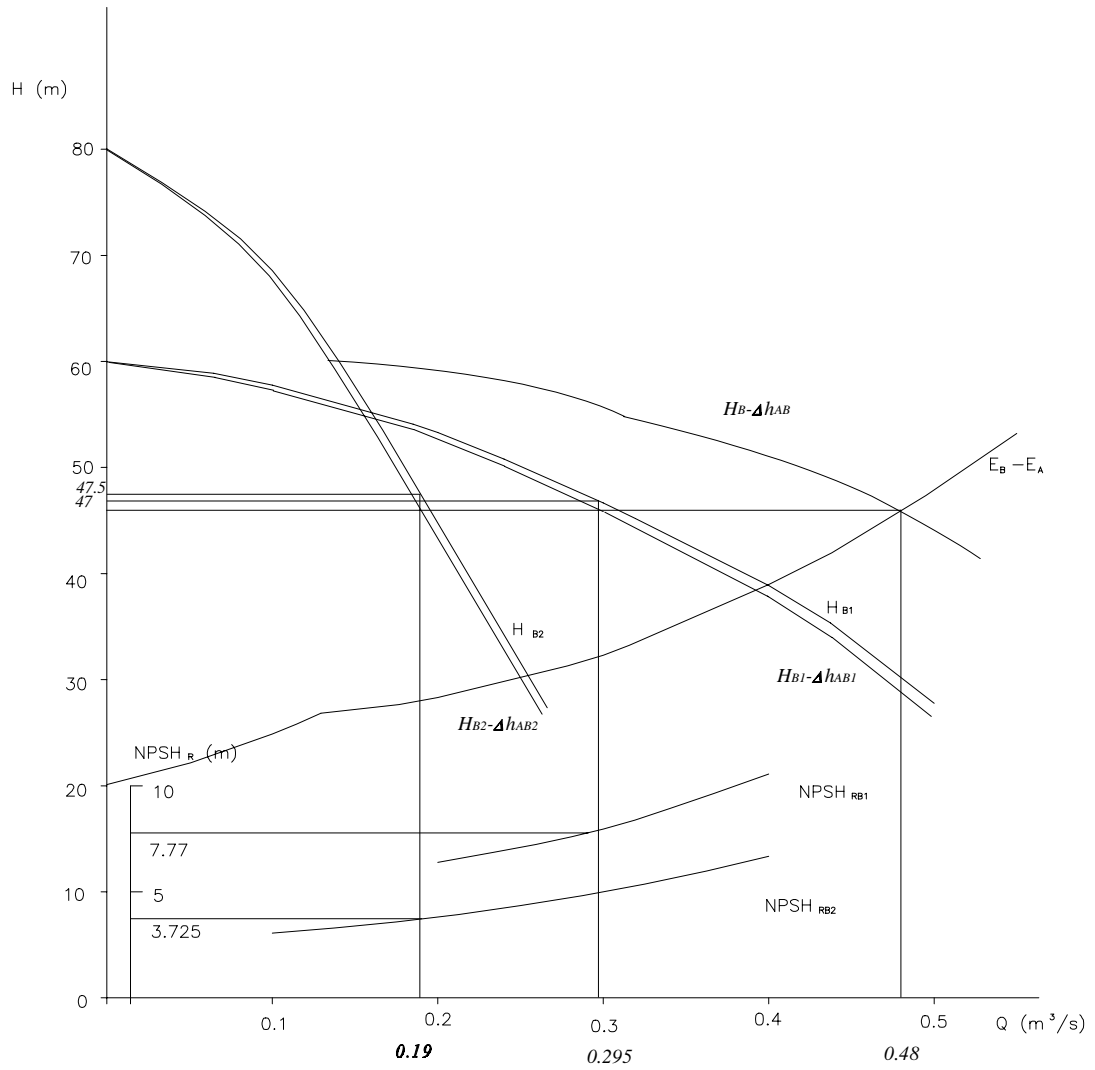


Fig. 16.6

Problema 17

17.1 Enunciado

Dos ventiladores de una serie comercial, caracterizados por distintas velocidades específicas, se han diseñado utilizando el diagrama de Stepanoff.

Para el diseño se han considerado como parámetros invariantes los siguientes:

- ángulo del álabe a la salida del rodete,
- diámetro del rodete D_2 ,
- velocidad de accionamiento.

Los resultados experimentales obtenidos durante el ensayo del primer prototipo son:

Tabla 17.a Resultados experimentales del ensayo del primer prototipo

Ψ	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55
ϕ	0,478	0,465	0,435	0,39	0,295	0,102

Sabiendo que para el primer prototipo, $D_2 = 300$ mm y $b_2 = 137$ mm, se pregunta:

1. Evaluar el ángulo del álabe a la salida del rodete del primer prototipo.
2. Si el caudal en el punto de funcionamiento óptimo es $Q = 1,77$ m³/s, calcular la energía por unidad de masa del ventilador y la velocidad de accionamiento (rpm).
3. Si la relación entre las velocidades específicas es:

$$\frac{\omega_{s2}}{\omega_{s1}} = 1,5$$

estimar las pérdidas hidráulicas del segundo ventilador y el incremento (%) de la componente meridiana de la velocidad absoluta a la salida del rodete con relación al primer ventilador.

4. Demostrar que la condición: "igualdad de velocidades específicas de dos ventiladores" es necesaria pero no suficiente para que dos ventiladores tengan el mismo grado de reacción.

17.2 Resolución

1. Para evaluar el ángulo del álabe a la salida del rodete β_2 es suficiente dibujar en el diagrama de Stepanoff, la curva característica del ventilador ensayado (Fig. 17.1) y trazar una recta tangente a la curva que pase por el punto C.

Esta recta corta al eje ψ en el punto E. Uniendo los puntos AE, obtenemos una recta que define con el eje Y, un ángulo $\beta_2 = 40^\circ$.

El punto de máximo rendimiento total del ventilador ensayado es:

$$\psi_1 \cong 0,45$$

$$\phi_1 \cong 0,3$$

$$\omega_{s,l} \cong 1$$

2. Si

$$\phi_1 = 0,3 = \frac{C_{2m}}{U_2}$$

y se cumple

$$C_{2m} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{1,77 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 0,137 \text{ m}} = 13,7 \text{ m/s}$$

$$U_2 = \left\{ \omega \frac{D_2}{2} \right\} = \frac{C_{2m}}{0,3} = \frac{13,7 \text{ m}^3/\text{s}}{0,3} = 45,69 \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{2 U_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 45,69 \text{ m/s}}{0,3 \text{ m}} =$$

$$= 304,6 \text{ rad/s} \quad [2908 \text{ rpm}]$$

$$W_s = \frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}}$$

$$\Omega = W \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\frac{b_2}{D_2}} \cdot W_s$$

$$\Delta = D_2 \cdot \frac{Y^{1/4}}{Q^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{D_2}{b_2}} \cdot \frac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}}$$

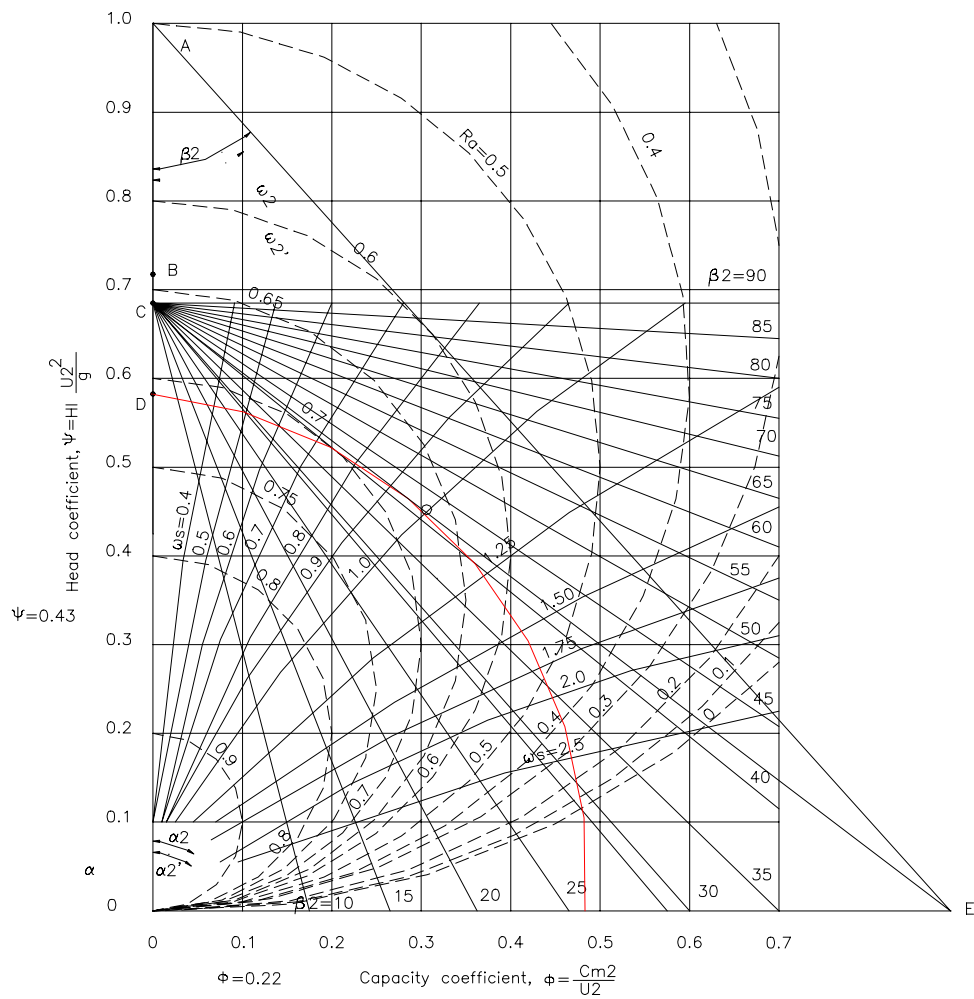


Fig. 17.1 Diagrama de Stepanoff

Por otra parte si $\psi = \frac{Y}{U_2^2}$, resulta que la energía por unidad de masa es:

$$Y = U_2^2 \psi_1 = Y = [45,69 \text{ m/s}]^2 \cdot 0,45 = 939,4 \text{ J/Kg}$$

3. Si $\omega_{s1} = 1$ y $\frac{\omega_{s2}}{\omega_{s1}} = 1,5$

la velocidad específica del segundo ventilador es $\omega_{s2} = 1,5$

Teniendo en cuenta que β_2 es un invariante, se cumplirá que la recta CE es tangente a la curva característica del ventilador; luego el punto de funcionamiento óptimo del segundo ventilador es:

$$\phi_2 \approx 0,44$$

$$\psi_2 \approx 0,34$$

lo que significa

$$\phi_2 = 0,44 = \frac{C_{2m}}{U_2}$$

y, por tanto, la componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido a la salida del rodete del segundo ventilador es:

$$C_{2m} = \phi_2 \cdot U_2$$

$$C_{2m} = 0,44 \cdot 45,69 \text{ m/s}$$

$$C_{2m} = 20,1 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta C_{2m}}{C_{2m}} &= \frac{C_{2m / 2^{\circ} \text{ vent.}} - C_{2m / 1^{\text{er}} \text{ vent.}}}{C_{2m / 1^{\text{er}} \text{ vent.}}} = \\ &= \frac{20,1 \text{ m/s} - 13,7 \text{ m/s}}{13,7 \text{ m/s}} = 0,4674 \quad [46,7 \%] \end{aligned}$$

El rendimiento hidráulico del segundo ventilador se estima como la relación del ψ que se obtiene en el punto tangente a la recta CE con la curva de velocidad específica $\omega = 1,5$ y el valor de ψ_1 que se obtiene a partir del punto de corte de la recta BE con la recta $\phi_2 = 0,44$; en forma de ecuación tendremos:

$$\eta_{H_{v2}} = \frac{\Psi_{1-3}}{\Psi_{2-3}} = \frac{0,34}{0,355} = 0,957 = 95,7\%$$

4. Debemos recordar que de acuerdo con el análisis adimensional existe una relación funcional entre:

$$f \left[\psi, \phi, Re, \frac{\epsilon}{D} \right] = 0$$

Suponiendo que existe semejanza total (geométrica, cinemática y dinámica) se debe cumplir:

$$\Psi_{PROTOTIPO} = \Psi_{MODELO}$$

$$\Phi_{PROTOTIPO} = \Phi_{MODELO}$$

$$Re_{PROTOTIPO} = Re_{MODELO}$$

$$\left[\frac{\epsilon}{D} \right]_{PROTOTIPO} = \left[\frac{\epsilon}{D} \right]_{MODELO}$$

Suponiendo que Re y ϵ/D no son significativos, la relación funcional es:

$$f[\psi, \phi] = 0$$

Es muy típico emplear la definición de velocidad específica adimensional:

$$\Omega = \frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}}$$

esto significa que la anterior relación funcional se transforma en:

$$f'[\phi, \Omega] = 0$$

Sabemos que

$$\chi = \frac{Y_{estática}}{Y_{total}} = \frac{Y_{total} - Y_{dinámica}}{Y_{total}} = 1 - \frac{Y_{dinámica}}{Y_{total}}$$

pero

$$Y_{dinámica} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2}$$

por tanto

$$Y_{dinámica} = \frac{[C_{2u}^2 + C_{2m}^2] - [C_{1u}^2 + C_{1m}^2]}{2} = \frac{[C_{2u}^2 - C_{1u}^2] + [C_{2m}^2 - C_{1m}^2]}{2}$$

Admitiendo, como una primera aproximación, que en una máquina hidráulica radial $C_{2m} \approx C_{1u}$ y que la entrada es sin giro $C_{1u} = 0$, resulta $Y_{dinámica} \approx \frac{C_{2u}^2}{2}$.

$$\chi = 1 - \frac{\frac{C_{2u}^2}{2}}{U_2 C_{2u}} = 1 - \frac{C_{2u}}{2 U_2} = 1 - \frac{C_{2u} U_2}{2 U_2^2} = 1 - \frac{Y_{t_2}}{2 U_2^2} = 1 - \frac{\psi}{2}$$

Por otra parte,

$$\Omega = \frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}}$$

en donde, como acabamos de demostrar,

$$\psi = 2 [1 - \chi]$$

$$\Omega = \frac{\phi^{1/2}}{2^{3/4} [1 - \chi]^{3/4}}$$

De esta expresión se deduce que la condición necesaria y suficiente para que dos máquinas tengan el mismo grado de reacción exige la igualdad de la velocidad específica, Ω , y de la cifra característica de caudal, ϕ .

Problema 18

18.1 Enunciado

Las características de un circuito de ventilación son:

sección rectangular del conducto: 70x90 cm

longitud equivalente: $L_{eq} = 2.760$ m

coeficiente de fricción: $f = 0,02$

velocidad de circulación del aire de ventilación $c = 4,76$ m/s

El desnivel entre los recintos de aspiración y de impulsión es de 10 m y las presiones relativas en los mismos son:

$$P/\rho g \text{ [aspiración]} = 33 \text{ mm c H}_2\text{O}$$

$$P/\rho g \text{ [impulsión]} = 20 \text{ mm c H}_2\text{O}$$

Se pide:

1. Determinar la altura de elevación del ventilador que se debe colocar en este circuito.
2. Deducir por análisis adimensional las expresiones de los coeficientes adimensionales: Ψ , ϕ , Ω .
3. Suponiendo que se selecciona un ventilador de baja presión de coeficientes característicos, $\Psi=0,032$ y $\phi=0,076$, evaluar el diámetro exterior del rodete y la velocidad específica Ω .
4. Si los rendimientos

$$\eta_{\text{total}} = 0,55$$

$$\eta_{\text{mecánico}} = 0,96$$

$$\eta_{\text{volumétrico}} = 1$$

evaluar el grado de reacción teórico del rodete α en la cascada que corresponde a la periferia.

5. Si el perfil aerodinámico elegido tiene como característica $C_Y = 0,5 + 0,098\alpha$, calcular el ángulo de planeo para un perfil situado en la cascada de la periferia.

Suponer:

- ángulo de planeo prácticamente nulo

- relación de diámetros

$$\frac{D_c}{D_p} = 0,55$$

- relación

$$\frac{t}{L} = 1,8$$

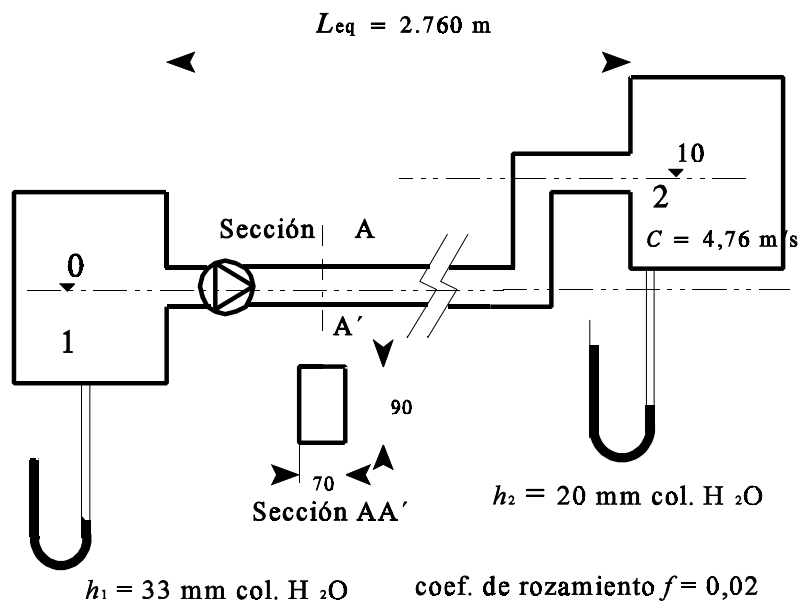


Fig. 18.1 Esquema de la instalación

18.2 Resolución

1. Determinar la altura de elevación del ventilador que se debe colocar en este circuito.

Para evaluar la altura de elevación (energía por unidad de peso) debemos hacer un balance de energía.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2, resulta:

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + H = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \sum \zeta_{12}$$

en donde:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{\rho_{H_2O} g h_1}{\rho_{aire} g} = \frac{1.000 \text{ Kg/m}^3 \cdot 0,033 \text{ m}}{\rho_{aire}}$$

con:

$$\rho_{aire} = \frac{P}{RT} = \frac{0,760 \text{ m c Hg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 13.600 \text{ Kg/m}^3}{287 \text{ J/KgK} \cdot [273 + 20] \text{ K}}$$

$$\rho_{aire} = 1,2045 \text{ Kg/m}^3$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{1.000 \cdot 0,033}{1,2045} = 27,3958 \text{ m}$$

Por otro lado, podemos considerar:

$$z_1 = 0$$

$$\frac{v_1^2}{2g} \approx 0$$

De manera análoga, en el punto 2:

$$\frac{P_2}{\rho g} = \frac{\rho_{H_2O} g h_2}{\rho_{aire} g} = \frac{1.000 \text{ Kg/m}^3 \cdot 0,020 \text{ m}}{1,2045 \text{ Kg/m}^3} = 16,6 \text{ m}$$

Nota: Se considera que la densidad del aire, a efectos numéricos, es igual en ambas cámaras e igual a la del aire en condiciones normales.

$$z_2 = 10 \text{ m}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{[4,76 \text{ m/s}]^2}{2g} = 1,1569 \text{ m}$$

$$\sum \zeta_{12} = f \frac{L_{eq}}{D_h} \frac{v^2}{2g}$$

donde:

$$f = 0,02$$

$$L_{eq} = 2.760 \text{ m}$$

$$D_h = \frac{4 \cdot \text{Sección}}{\text{Perímetro mojado}} = \frac{4 \cdot [0,7 \cdot 0,9] \text{ m}^2}{2 \cdot [0,7 + 0,9] \text{ m}} = 0,7875 \text{ m}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = 1,1569 \text{ m}$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$\sum \zeta_{12} = 0,02 \frac{2.760 \text{ m}}{0,7875 \text{ m}} 1,1569 \text{ m} = 81,093 \text{ m}$$

En resumen,

$$H = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \sum \zeta_{12} - \frac{P_1}{\rho g} - z_1 - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$H = 16,6 + 10 + 1,1569 + 81,093 - 27,39 = 81,45 m$$

o bien:

$$Y = gH \cong 798,21 J/Kg$$

2. Deducir por análisis adimensional las expresiones de los coeficientes adimensionales: Ψ, ϕ, Ω .

Las variables que intervienen en el flujo a través de una turbomáquina son

- fluido:
 - densidad $[\rho] = M L^{-3}$
 - viscosidad dinámica $[\mu] = M L^{-1} T^{-1}$
- turbomáquina:
 - longitud característica $[D] = L$
 - rugosidad de las paredes $[\epsilon] = L$
- flujo:
 - energía por unidad de masa intercambiada $[Y] = L^2 T^{-2}$
 - caudal $[Q] = L^3 T^{-1}$
 - velocidad angular $[\omega] = T^{-1}$

Ordenando estas variables de forma matricial tenemos:

Tabla 21.a Ordenación matricial de las variables

	D	ρ	ω	μ	ϵ	Y	Q	
L	1	-3	0	-1	1	2	3	X_1
M	0	1	0	1	0	0	0	X_2
T	0	0	-1	-1	0	-2	-1	X_3
D	1	0	0	2	1	2	3	$X_1 + 3X_2$
ρ	0	1	0	1	0	0	0	X_2
ω	0	0	+1	+1	0	+2	+1	$-X_3$
				Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	

De aquí podemos deducir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi_1 = \frac{\mu}{D^2 \rho \omega} \\ \Pi_2 = \frac{\epsilon}{D} \\ \Pi_3 = \frac{Y}{D^2 \omega^2} \\ \Pi_4 = \frac{Q}{D^3 \omega} \end{array} \right.$$

Los dos últimos monomios corresponden respectivamente a las cifras adimensionales:

$$\Psi = \frac{Y}{D^2 \omega^2}$$

$$\phi = \frac{Q}{D^3 \omega}$$

Para evaluar la velocidad específica sólo se requiere combinarlas de la siguiente forma:

$$\Omega = \frac{\phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} = \omega \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}}$$

3. Suponiendo que se selecciona un ventilador de baja presión de coeficientes característicos, $\Psi=0,032$ y $\phi=0,076$, evaluar el diámetro exterior del rodete y la velocidad específica Ω .

Para evaluar el diámetro característico del rodete podemos aplicar las expresiones de las cifras o coeficientes adimensionales:

$$\Psi = \frac{Y}{D^2 \omega^2}$$

$$\phi = \frac{Q}{D^3 \omega}$$

o bien:

$$0,032 = \frac{798,3}{D^2 \omega^2}$$

$$0,076 = \frac{Q}{D^3 \omega}$$

en donde:

$$Q = v S_{\text{conducto}} = 4,76[0,7 \cdot 0,9] = 2,9988 m^3/s \quad (m^3/s)$$

Las dos expresiones representan dos ecuaciones con dos incógnitas: D y ω .

Despejando ω de la segunda y sustituyendo en la primera

$$\omega = \frac{2,9988}{0,076 D^3}$$

$$0,032 = \frac{798,3}{D^2 \left(\frac{2,9988}{0,076 D^3} \right)^2}$$

$$D = \left[\frac{0,032 \cdot 2,9988^2}{798,3 \cdot 0,076^2} \right]^{1/4} = 0,4998 m \approx 0,5 m$$

y

$$\omega = \frac{2,9988}{0,076 D^3} = \frac{2,9988}{0,076 [0,5]^3} = 315,66 \frac{\text{rad}}{s} = 3014 \text{ rpm}$$

$$\Omega = \omega \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{Y^{\frac{3}{4}}} = 315,66 \frac{\sqrt{3 m^3/s}}{[798,3 J/kg]^{\frac{3}{4}}} = 3,64 \quad \Rightarrow \text{Máquina axial.}$$

4. Si los rendimientos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_T = 0,55 \\ \eta_m = 0,96 \\ \eta_v = 1 \end{array} \right.$$

evaluar χ_t en la cascada que corresponde a la periferia.

Sabemos que para una turbomáquina axial

$$\chi = \frac{\text{Energía estática}}{\text{Energía total}} = \frac{w_{\infty U}}{U}$$

Por otro lado, tenemos $Y=798,3 \text{ J/kg}$ y, por tanto,

$$Y_t = \frac{Y}{\eta_H} = \frac{798,3 \text{ J/Kg}}{\frac{\eta_T}{\eta_m \eta_v}} = \frac{798,3}{0,55} = 1393,4 \text{ J/Kg} = U \Delta C_U$$

$$\Delta C_U = \frac{Y_t}{U} = \frac{1393,4 \text{ J/kg}}{315,66 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{0,5}{2} \text{ m}} = 17,656$$

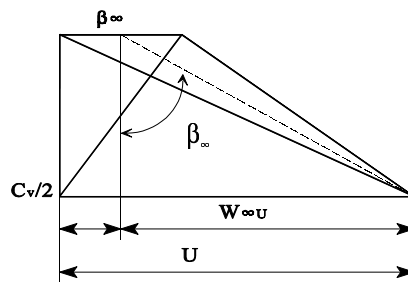


Fig. 18.2 Triángulos de Euler

Si admitimos entrada sin giro $C_{1U}=0 \text{ m/s}$, tendremos:

$$w_{\infty U} = U_2 - \frac{\Delta C_U}{2} = 315,66 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{0,5}{2} \text{ m} - \frac{17,656 \text{ m/s}}{2} = 70 \text{ m/s}$$

$$\chi = \frac{w_{\infty U}}{U_p} = \frac{70 \text{ m/s}}{78,915 \text{ m/s}} = 0,887$$

5. Si

$$\lambda = 0$$

resulta:

$$C_y \cdot \frac{L}{t} = \frac{2\Delta C_U C_m}{\omega_\infty^2} \cdot \frac{\cos\lambda}{\cos(\beta_\infty - \lambda)} = \frac{2\Delta C_U C_m}{\omega_\infty^2} \cdot \frac{1}{\cos(\beta_\infty)}$$

$$\omega_\infty = \sqrt{\omega_{\infty U}^2 + C_m^2}$$

Nos hace falta calcular la velocidad meridiana C_m , pero sabemos que:

$$Q = C_m \frac{\pi D_p^2}{4} \left[1 - \left(\frac{D_c}{D_p} \right)^2 \right]$$

en donde

$$\frac{D_c}{D_p} = 0,55$$

y, por tanto,

$$C_m = \frac{Q}{\frac{\pi D_p^2}{4} \left(1 - \left(\frac{D_c}{D_p} \right)^2 \right)} = \frac{3 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi (0,5 \text{ m})^2}{4} [1 - 0,55^2]} = 21,9 \text{ m/s}$$

Luego:

$$\omega_\infty = \sqrt{(70 \text{ m/s})^2 + (21,9 \text{ m/s})^2} = 73,34 \text{ m/s}$$

Volviendo a la ecuación que nos relaciona el triángulo de Euler con el perfil aerodinámico, resulta:

$$C_y \cdot \frac{L}{t} = \frac{2\Delta C_U C_m}{\omega_\infty^2} \frac{1}{\cos(\beta_\infty)} = \frac{2 \cdot 17,656 \cdot 21,9}{73,34^2} \frac{1}{\cos 72,62} = 0,48$$

Si

$$\frac{t}{L} = 1,8$$

entonces:

$$C_Y = 0,48 \cdot \frac{t}{L} = 0,48 \cdot 1,8 = 0,864$$

Habida cuenta que

$$C_Y = 0,5 + 0,098 \alpha$$

el ángulo de ataque valdrá:

$$\alpha = \frac{C_Y - 0,5}{0,098} = \frac{0,864 - 0,5}{0,098} = 3,714^\circ$$

Por otra parte, el ángulo de la velocidad de la corriente relativa no perturbada es:

$$\operatorname{tg} \beta_\infty = \frac{\omega_\infty U}{C_m}$$

$$\beta_\infty = \arctan\left(\frac{70}{21,9}\right) = 72,62^\circ$$

luego el ángulo de calado será:

$$\gamma = \beta_\infty - \alpha = 72,62^\circ - 3,714^\circ = 68,9^\circ$$

Problema 19

19.1 Enunciado

Se dispone de una bomba axial equipada con un rodete de 4 álabes que gira a 590 rpm.

La geometría de uno de los álabes del rodete se muestra en la figura 19.1.

El perfil utilizado es el Göttingen 682.

La curva polar para el caso de una relación de forma infinita se indica en la tabla 22.a.

Se sabe que la cifra característica de caudal es

$$\Phi_{PERIF} = 0,24$$

que los ángulos de ataque de los perfiles aerodinámicos que corresponden a las cinco cascadas en que se ha dividido el álabe son los indicados en la tabla 22.b, y que la velocidad relativa de la corriente de fluido no perturbada en función del radio se puede deducir de la siguiente correlación:

$$\omega_{\infty} = -0,8426 + 62,84R \quad \text{en donde: } \begin{array}{l} R(m) \\ \omega_{\infty}(m/s) \end{array}$$

Se pide:

1. Calcular la energía por unidad de masa de la bomba, si el rendimiento hidráulico es del orden del 98%.
2. Calcular la velocidad específica adimensional.
3. Definir y evaluar los parámetros que definen el vórtice del fluido a la salida del rodete.

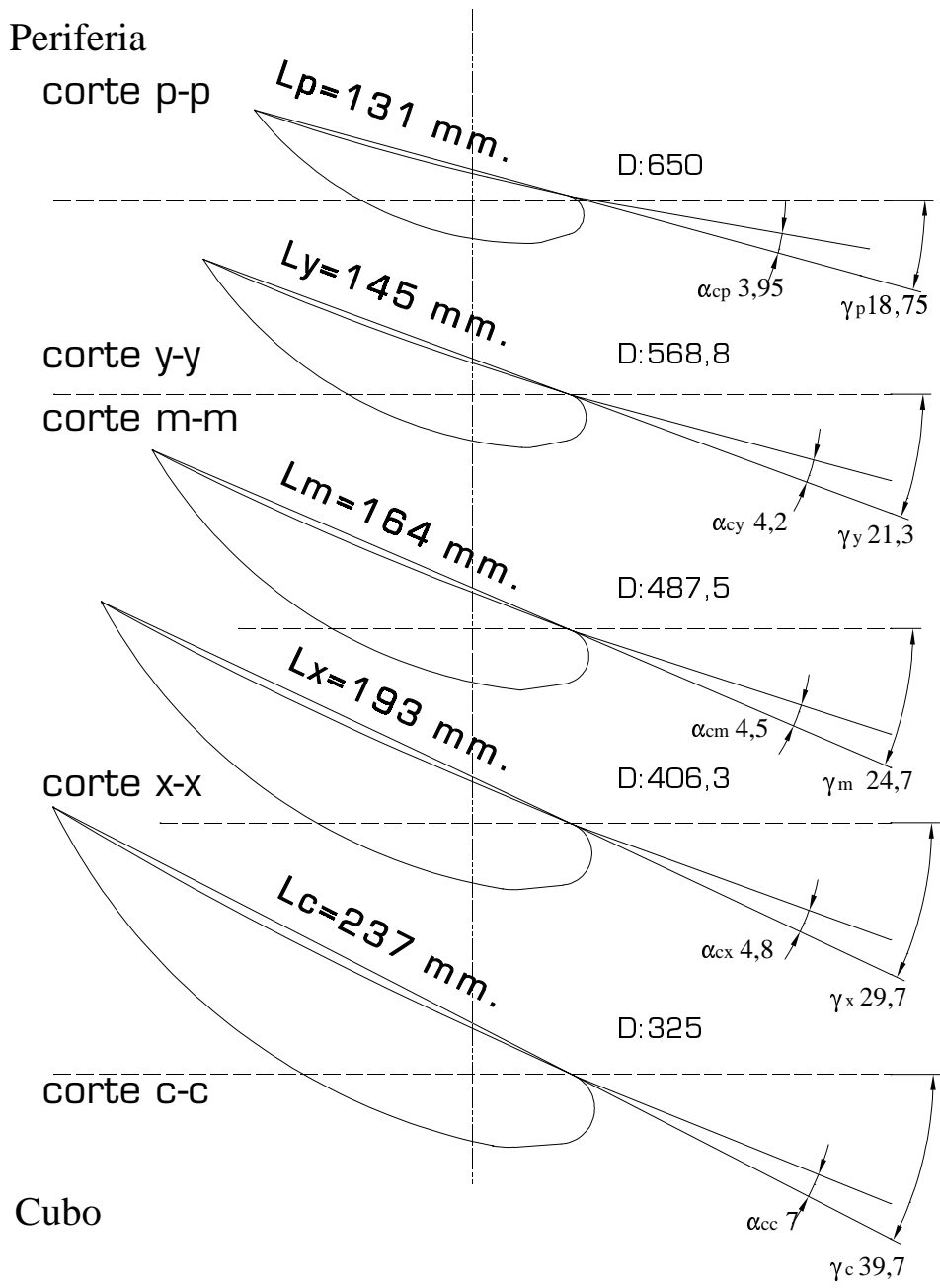
Tabla 22.a Angulo de ataque respecto al diámetro

D (mm)	α (°)
325,0	7,0
406,3	4,8
487,5	4,5
568,8	4,2
650,0	3,95

Tabla 22.b Perfil: Göttingen 682

α	C_Y	C_X
-9,52	-0,235	0,0694
-5,99	0,005	0,0128
-2,48	0,233	0,0098
0	0,394	0,0084
1,14	0,468	0,0078
4,66	0,701	0,0059
8,2	0,944	0,0072
11,7	1,165	0,0095
15,2	1,357	0,0149
18,2	1,5	0,0277
20	1,51	0,0455
21,5	1,5	0,0765

Define la curva polar



Número de alabes $Z=4$

Fig. 22.1 Perfiles Göttingen

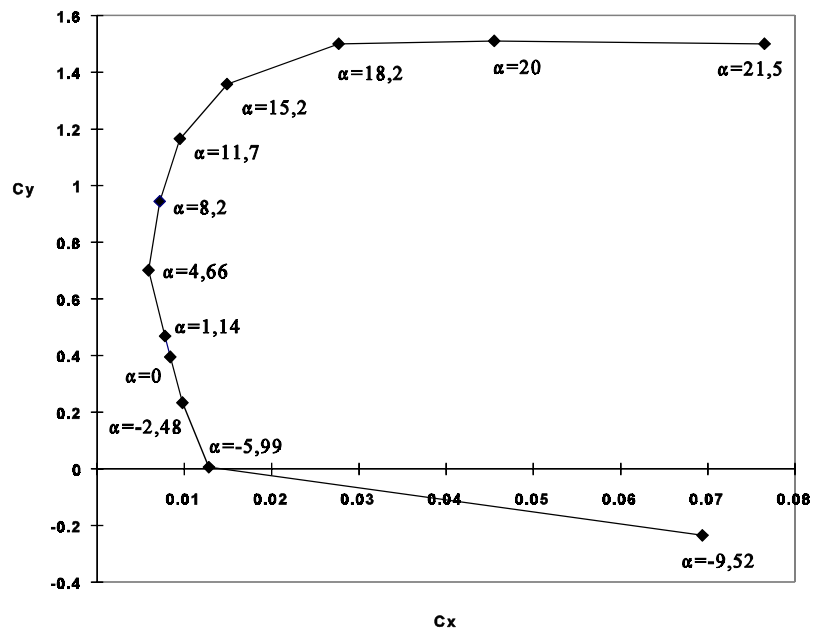


Fig. 22.2 Curva polar

19.2 Resolución

1. Para evaluar la energía por unidad de masa de la bomba axial definida en el enunciado es necesario considerar la teoría bidimensional.

De la información disponible podemos evaluar las siguientes variables:

$$C_Y \cdot \frac{L}{t} = \frac{(2\Delta C_U \cdot C_m)}{\omega_\infty^2} \frac{\cos \lambda}{\cos(\beta_\infty - \lambda)}$$

De la definición

$$\Phi_{\text{periferia}} = \frac{C_m}{U_p}$$

la componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido será:

$$C_m = \Phi_p U_p = \Phi_p \omega \frac{D_p}{2}$$

es decir,

$$C_m = 0,24 \cdot 590 \cdot 2 \frac{\pi}{60} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{0,650}{2} \text{m} = 4,82 \text{m/s}$$

De acuerdo con la teoría bidimensional, tenemos de admitir que la componente meridiana de la velocidad absoluta es constante e independiente del radio.

De la correlación

$$\omega_{\infty} = -0,8426 + 62,84R$$

se deduce

Tabla 22.c

	$R(m)$	$W_{\infty}(m/s)$
PERIFERIA	0,325	19,58
	0,2844	17,03
	0,24357	14,47
	0,20315	11,92
CUBO	0,1625	9,3689

Con relación al perfil aerodinámico y su disposición geométrica podemos evaluar los siguientes parámetros:

Tabla 22.d

	$R(m)$	$t(mm)$	$L(mm)$	L/t	t/L
PERIFERIA	0,325	510,5	131	0,2566	3,89
	0,284	446,1	145	0,325	3,07
	0,244	382,88	164	0,428	2,336
	0,203	319,11	193	0,605	1,653
CUBO	0,162	255,25	237	0,9285	1,077

en donde:

$$t = \frac{2\pi R}{z}$$

De esta forma se puede deducir que en cada cascada el perfil se puede considerar aislado, a excepción de la cascada del cubo, en donde, $t/L < 1.3$.

De la curva polar podemos deducir los coeficientes C_Y , C_X y el ángulo de planeo.

Tabla 22.e

	$R(m)$	α	C_Y	C_X	λ	β_∞	$\beta_\infty - \lambda$
PERIFERIA	0,325	3,95	0,645	~0,006	0,53	75,2	74,67
	0,284	4,2	0,668	~0,006	0,515	72,9	72,385
	0,244	4,5	0,686	~0,006	0,501	69,8	69,299
	0,203	1,8	0,71	~0,006	0,484	65,1	64,616
CUBO	0,162	7,0	0,86	~0,007	0,466	57,3	56,834

Para evaluar β_∞ tenemos que recurrir a la siguiente relación geométrica:

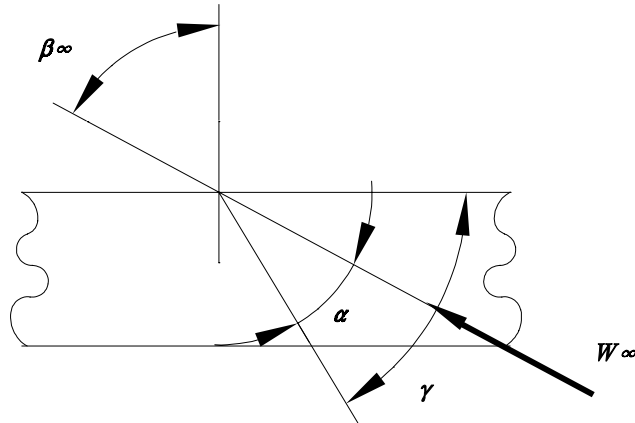


Fig. 22.3

$$\beta_\infty = 90 - [\gamma' - \alpha]$$

Habida cuenta que Y_{t_∞} es constante, será suficiente evaluar ΔC_U en la periferia:

$$\Delta C_{U_{periferia}} = C_Y \cdot \frac{L}{t} \cdot \frac{\omega_\infty^2}{2C_m} \frac{\cos(\beta_\infty - \lambda)}{\cos \lambda}$$

$$\Delta C_{U_{periferia}} = 0,645 \cdot 0,2566 \frac{[19,58 \text{ m/s}]^2}{2 \cdot 4,82 \text{ m/s}} \frac{\cos 74,67}{\cos 0,53}$$

$$\Delta C_{U_{periferia}} = 1,74 \text{ m/s}$$

$$Y_{t_\infty} = \Delta C_U \cdot U$$

$$Y_{t_\infty} = 1,74 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 590 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \frac{0,650 \text{ m}}{2} = 34,94 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$Y = Y_t \cdot \eta_H = 34,94 \frac{J}{kg} \cdot 0,98 = 34,24 \frac{J}{kg}$$

$$H = \frac{Y}{g} = 3,494 m$$

2. La velocidad específica adimensional será:

$$\begin{aligned} \Omega &= \omega \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} = \omega \cdot \frac{(Cm \cdot S)^{1/2}}{Y^{3/4}} = \omega \cdot \frac{[Cm \cdot [Dp^2 - Dc^2]]^{1/2}}{[Y]^{3/4}} \\ &= 590 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{rad}{s} \cdot \frac{[4,82 \cdot \frac{m}{s} \cdot ms \frac{\pi}{4} \cdot [0,650^2 - 0,325^2] m^2]^{1/2}}{[34,24 \frac{J}{kg}]^{3/4}} \\ &= 4,78 \end{aligned}$$

3. Para definir el vórtice del fluido a la salida del rodete es suficiente tener en cuenta que:

$$\omega = \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(rC_u) = 0$$

y, por tanto,

$$rC_u = cte$$

En la periferia resulta:

$$rC_{2U} = \frac{0,650}{2} [\Delta C_U + C_{1U}]$$

Si admitimos que

$$C_{1U} = 0$$

entonces

$$rC_{2U} = 0,325 m \cdot 1,7402 m/s = 0,5655 \frac{m^2}{s}$$

Problema 20

20.1 Enunciado

Un ventilador A trabajando en el punto de máximo rendimiento impulsa un caudal de aire de $2\text{m}^3/\text{s}$ contra una presión de 400 Pa, siendo su nivel de presión acústica a 1,5 m (curva de ponderación c).

Tabla 20.a

OCTAVA	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
dB	64	66	67	73	74	73	66	61

Nota : Datos obtenidos en la boca de aspiración.

Se pide:

1. Evaluar el nivel de presión acústica del ventilador A a una distancia de referencia de 3m.
2. Evaluar el nivel medio global de potencia acústica del ventilador A (dBA) sabiendo que las atenuaciones correspondientes a las diferentes ponderaciones son:

Tabla 20.b

OCTAVA (frecuencia media)	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
Ponderación A	-26	-16	-8,6	-3,2	0	+1,2	+1	-1,1
Ponderación B	-9	-4,2	-1,3	-0,3	0	-0,1	-0,7	-3
Ponderación C	-1	-0,2	0	0	0	-0,2	-0,8	-3

3. Si se dispone de un ventilador B, homotético del A, que impulsa un caudal de $5\text{ m}^3/\text{s}$, y vence una presión de 1400 Pa , en el punto de máximo rendimiento, calcular el nivel medio global de potencia acústica probable del ventilador B sabiendo que la potencia acústica es proporcional a

$$P \approx \frac{K' \rho U^5 D^2 f(\varphi)}{c^2}$$

Punto de funcionamiento

$$\Delta P = 400\text{ Pa}$$

$$Q = 2\text{ m}^3/\text{s}$$

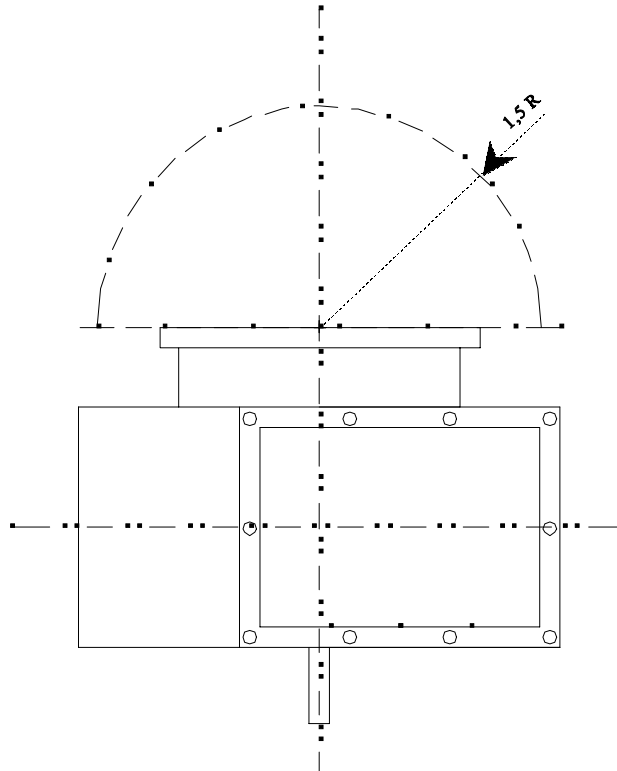


Fig. 20.1 Dibujo del ventilador

20.2 Resolución

1. El nivel de presión acústica de un ventilador a una distancia del foco térmico viene definido por la expresión

$$N_p]_R = N_p]_{R_0} + 10 \cdot \text{Log} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2$$

si $R_0=1,5$ m y $R=3$ m.

El valor del 2º sumando será:

$$10 \cdot \text{Log} \left(\frac{1,5}{3} \right)^2 = 10 \cdot \text{Log} 0,25 = -6,02 \text{ dB}$$

luego el nivel de presión acústica que será detectada a una distancia de 3 m, será el $N_p]_{1,5}$

menos 6,02dB.

Los resultados obtenidos se indican en la tabla 20.c.

2. Para evaluar el nivel medio global de potencia acústica del ventilador a dB escala de ponderación A, debemos calcular el nivel de presión acústica de referencia (sin la ponderación C) y luego calcular el nivel de presión acústica con ponderación A.

De estos resultados en dB_A podemos calcular el nivel de potencia acústica mediante la expresión

$$N_{w_A} = N_{p_A} + 10 \cdot \text{Log} (2\pi R^2)$$

Habida cuenta que $R=3$ m, el valor del segundo sumando será:

$$10 \cdot \text{Log} [2\pi 3^2] = 17,52 \text{ dB}$$

El nivel de potencia acústica N_{w_A} se obtiene sumando 17,52 dB al nivel de presión acústica N_{p_A} .

Si queremos evaluar el nivel medio global debemos combinar los distintos valores correspondientes a cada octava mediante la expresión

$$N_{P_{GLOBAL}} = 10 \cdot \text{Log} \left[\sum_{i=1}^n \text{Log}^{-1} \frac{N_{P_i}}{10} \right]$$

$$N_{P_{GLOBAL}} = 90,01 \text{ dB}_A$$

Los resultados obtenidos se indican en la tabla adjunta.

Tabla 20.c OCTAVAS (frecuencias características)

		63	125	250	500	1.000	2.000	4.000	8.000
1	NIVEL DE PRESIÓN ACÚSTICA (R _o =1,5m) dB _C	64	66	67	73	74	73	66	61
2	$10 \cdot \text{Log} \left(\frac{R_o}{R} \right)^2$	-6,02	-6,02	-6,02	-6,02	-6,02	-6,02	-6,02	-6,02
3=1-2	NIVEL DE PRESIÓN ACÚSTICA (R=3m) dB _C	57,98	59,98	60,98	66,98	67,98	66,98	59,98	54,98
4	- Ponderación C	+1	+0,2	0	0	0	+0,2	+0,8	+3
5=3+4	NIVEL DE PRESIÓN ACÚSTICA (R=3m) (sin ponderac.C) dB	58,98	60,18	60,98	66,98	67,98	67,18	60,78	57,98
6	+ Ponderación A	-26	-16	-8,6	-3,2	0	+1,2	+1	-1,1
7=5+6	NIVEL DE PRESIÓN ACÚSTICA (R=3m) (ponderacion A) dB _A	32,98	44,18	52,38	63,78	67,98	68,38	61,78	56,88
8	$10 \cdot \text{Log} (2\pi R^2)$	17,52	17,52	17,52	17,52	17,52	17,52	17,52	17,52
9=7+8	NIVEL DE POTENCIA ACÚSTICA dB _A	50,5	61,7	69,9	81,3	85,5	85,9	79,3	74,4
	$\log^{-1} \frac{N_p(dB_A)}{10}$	1,1E5	1,5E6	9,8E6	1,3E8	3,5E8	3,8E8	8,5E7	2,7E7

$$\sum_{i=1}^8 \text{Log}^{-1} \frac{N_{P_i}}{10} = 1,0028 \cdot 10^9$$

$$N_{P_{GLOBAL}} = 90,01 \text{ dB}_A$$

3.

Tabla 20.c

	VENTILADOR A	VENTILADOR B
$Q [m^3/s]$	2	5
$\Delta P [Pa]$	400	1400

Sabemos que la potencia acústica es proporcional a:

$$P \cong \frac{K' \rho U^5 D^2 f(\varphi)}{c^2}$$

con:

$$\varphi = \frac{\Phi}{\sqrt{2}\Psi}$$

y donde la cifra característica de caudal es:

$$\Phi = \frac{Q}{UR^2}$$

La cifra característica de presión es:

$$\Psi = \frac{\Delta P}{\rho U^2}$$

De las cifras características resulta:

$$R = \frac{D}{2} = \sqrt{\frac{Q}{U\Phi}}$$

$$D^2 = \frac{4Q}{U\Phi}$$

$$U = \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho\Psi}}$$

$$U^5 = \left(\frac{\Delta P}{\rho\Psi}\right)^{5/2}$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$P \cong K' \frac{\rho}{c^2} \frac{4Q}{\Phi} \left(\frac{\Delta P}{\rho \Psi} \right)^2$$

y simplificando obtenemos:

$$P \cong K' \frac{4}{\rho c^2 \frac{Q}{\Phi} \Psi^2} \Delta P^2$$

Esta expresión nos permite escribir

$$\left[\frac{P}{K' \frac{4}{\rho c^2} \frac{Q}{\Phi} \Psi^2} \right]_{\text{ventil-A}} = \left[\frac{P}{K' \frac{4}{\rho c^2} \frac{Q}{\Phi} \Psi^2} \right]_{\text{ventil-B}}$$

Si consideramos las hipótesis

1.

$$T_A = T_B = cte \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \rho_A = \rho_B \\ c_A = c_B \end{cases}$$

2. Ventiladores semejantes:

$$\begin{cases} \phi_A = \phi_B \\ \psi_A = \psi_B \end{cases}$$

resulta:

$$\frac{P_A}{Q_A \Delta P_A^2} = \frac{P_B}{Q_B \Delta P_B^2}$$

o bien

$$P_B = P_A \frac{Q_B}{Q_A} \left[\frac{\Delta P_B}{\Delta P_A} \right]^2$$

Si expresamos esta ecuación como nivel de potencia acústica (dB) resulta:

$$10 \cdot \text{Log } P_B = 10 \cdot \text{Log } P_A + 10 \cdot \text{Log } \frac{Q_B}{Q_A} + 10 \cdot \text{Log } \left[\frac{\Delta P_B}{\Delta P_A} \right]^2$$

Sustituyendo valores, obtenemos:

$$10 \cdot \text{Log} \left(\frac{5(m^3/s)}{2(m^3/s)} \right) = 3,979 \text{ dB}$$

$$10 \cdot \text{Log} \left(\frac{1.400}{400} \right)^2 = 10,88 \text{ dB}$$

En consecuencia, el nivel de potencia acústica del ventilador B será 14,86 dB más alta:

$$10 \cdot \text{Log } P_B = 90,01 \text{ dB}_A + 14,86 \text{ dB} = 104,87 \text{ dB}$$

Problema 21

21.1 Enunciado

Las condiciones de diseño de un ventilador axial son:

$$H = 100m$$

$$Q = 3m^3/s$$

$$n = 2500rpm$$

Si se adoptan los valores de diseño siguientes :

$$\psi = \frac{2gH}{U_p^2} = 0,25 ; \eta_H = 0,9 ; Z = 6 ; \frac{D_c}{D_p} = 0,8$$

$$\chi = 0,5 \text{ (grado de reacción en periferia)}$$

Calcular :

1. El diámetro de la periferia.
2. La velocidad relativa no perturbada.
3. Si el perfil aerodinámico seleccionado tiene la siguiente curva polar:

Tabla 21.a

C_Y	-0,2	-0,19	0,1	0,42	0,59	0,88	1,1	1,3	1,4	1,41	1,32
C_X	0,14	0,07	0,03	0,04	0,05	0,06	,08	0,11	0,12	0,16	0,2
α	-14,5	-9,5	-5,3	0,2	2,9	6,8	9,1	13,5	16,4	18,3	20,5

evaluar la relación paso/cuerda (t/L) para el ángulo de planeo óptimo.

4. Dibujar a escala la cascada de álabes correspondientes a la periferia (definir cuerda, ángulo de calado, y paso).

21.2 Resolución

1. El diámetro de la periferia puede evaluarse directamente de la cifra característica de altura de elevación:

$$\psi = \frac{2gH}{\omega^2 \left[\frac{D_p}{2} \right]^2}$$

en donde:

$$U_p = \omega \frac{D_p}{2}$$

Sustituyendo:

$$\psi = \frac{2gH}{U_p^2}$$

y despejando el diámetro resulta:

$$D_p = \sqrt{\left(\frac{8gH}{\omega^2 \psi} \right)} = \sqrt{\frac{8 \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 100m}{\left[2.500 \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \right]^2 \cdot 0,25}} = 0,676m$$

2. La velocidad relativa no perturbada puede calcularse a partir de la definición de grado de reacción:

$$\chi = \frac{W_{\infty u}}{U_p} = 0,5$$

La proyección del vector ω_{∞} vale

$$W_{\infty u} = 0,5 U_p = 0,5 \omega \frac{D_p}{2}$$

$$W_{\infty u} = 0,5 \cdot 2.500 \frac{2\pi \cdot 0,676}{60 \cdot 2} = 44,25m/s$$

En un triángulo de Euler genérico se debe cumplir:

$$W_{\infty}^2 = C_m^2 + W_{\infty u}^2$$

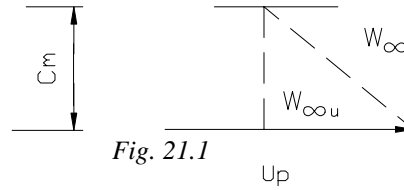


Fig. 21.1

en donde la componente meridiana C_m se puede evaluar directamente a través de la definición de caudal. Despejando resulta:

$$C_m = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D_p^2 (1 - v^2)}$$

y sustituyendo valores:

$$C_m = \frac{3 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi}{4} (0,676 \text{ m})^2 (1 - 0,8^2)} = 23,22 \text{ m/s}$$

Luego la velocidad relativa W_{∞} vale:

$$W_{\infty} = \sqrt{C_m^2 + W_{\infty u}^2} = \sqrt{23,22^2 + 44,25^2} \approx 50 \text{ m/s}$$

3. La teoría de un perfil aerodinámico aplicada al caso de un ventilador axial nos permite deducir la siguiente expresión:

$$C_Y \cdot \frac{L}{t} = \frac{2 Y_t C_m \cos \lambda}{U_p W_{\infty}^2 \cos(\beta_{\infty} - \lambda)}$$

en donde:

C_Y - coeficiente sustentación del perfil,

L - cuerda del perfil,

t - paso,

Y_t - energía por unidad de masa,

C_m - componente meridiana de la velocidad absoluta,

U_p - velocidad de arrastre en la periferia.

W_{∞} - velocidad relativa no perturbada,

λ - ángulo de planeo,

β_{∞} - ángulo de la velocidad relativa no perturbada con relación al eje de la máquina.

De los datos del enunciado del problema podemos representar la curva polar y deducir el ángulo de planeo óptimo.

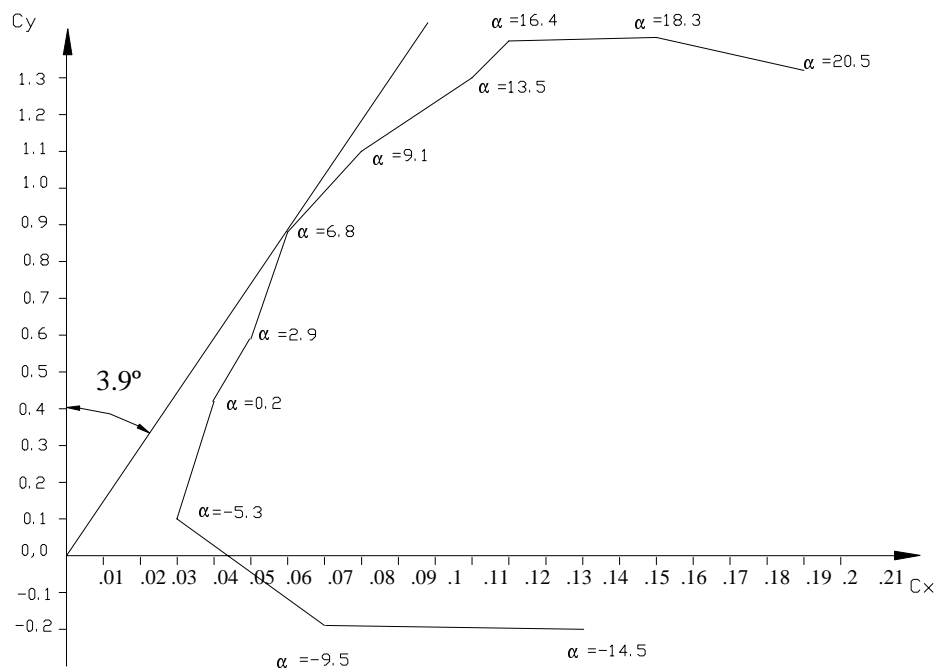


Fig. 21.2

En la gráfica se observa que el ángulo de planeo óptimo corresponde al punto de tangencia y por tanto, $\alpha_{\text{ataque}} = +6,8^\circ$

Por otra parte, el ángulo β_∞ se puede calcular teniendo en cuenta que:

$$\cos \beta_\infty = \frac{C_m}{W_\infty}$$

es decir:

$$\beta_\infty = \cos^{-1} \frac{C_m}{W_\infty} = \cos^{-1} \frac{23,22}{50} = 62,33^\circ$$

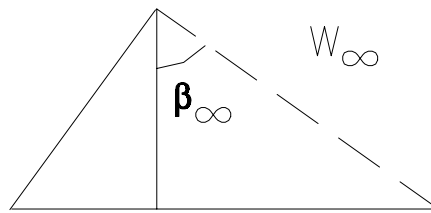


Fig. 21.3

La relación paso/cuerda vale:

$$\frac{t}{L} = \frac{C_Y}{\frac{2Y_t C_m \cos \lambda}{U_p W_\infty^2 \cos(\beta_\infty - \lambda)}}$$

y se obtiene

$$\frac{t}{L} = \frac{0,88}{\frac{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m} \cdot 23,22 \text{ m/s} \cos(3,9)}{0,9 \cdot 88,5 \text{ m/s} \cdot 50 \text{ m/s}^2 \cos(62,3 - 3,9)}} = 2,02$$

Recordar que:

$$Y_t = g H_t = \frac{g H}{\eta_H}$$

4. Para dibujar la cascada de álabes es necesario calcular el paso:

$$t = \frac{\pi D_p}{z} = \frac{\pi \cdot 0,676 \text{ m}}{6} = 0,353 \text{ m}$$

la cuerda y el ángulo de calado:

$$L = \frac{t}{\frac{t}{L}} = \frac{0,353 \text{ m}}{2,02} = 0,175 \text{ m}$$

$$\gamma = \beta_\infty - \alpha = 62,33^\circ - 6,8^\circ = 55,53^\circ$$

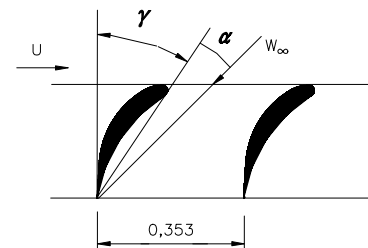


Fig. 21.4

Problema 22

22.1 Enunciado

Las condiciones de diseño de un ventilador axial son:

$$H=100 \text{ m}$$

$$Q=3 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$n=2.500 \text{ rpm}$$

Se pide:

1. Si se adoptan los valores:

$$\psi = 0,25 = \frac{2Y}{u^2} ; \eta_h = 0,9 ; D_1/D_2 = 0,8 ; \chi = 0,5$$

determinar D_2 y las velocidades U_2 , C_m , W_∞ y ΔC_U para la sección cilíndrica correspondiente a D_2 .

2. Si el perfil seleccionado tiene las características indicadas en la figura, determinar L/t para tres ángulos de planeo α , cualesquiera, próximos al óptimo.

3. Determinar t y L para los números de álabes $z=4, 6, 10$, a partir del resultado del apartado 2.

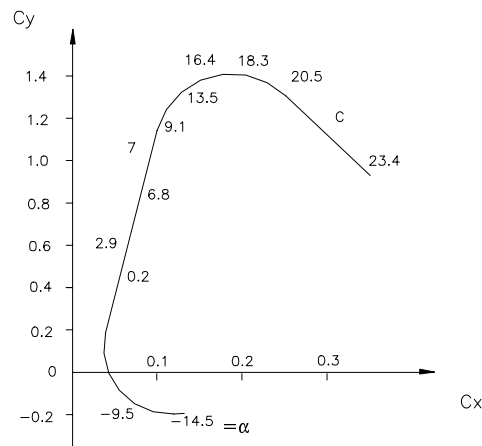


Fig. 22.1

La característica que se debe considerar es la indicada por el apartado 1.

Indicaciones:

El problema no ofrece dificultades si tenemos en cuenta que las magnitudes conocidas nos permiten determinar las incógnitas, procediendo del siguiente modo:

$$\psi = 0,25 \rightarrow U_2, D_2$$

$$\eta_h = 0,9 \rightarrow \Delta C_U$$

$$\frac{D_1}{D_2} = 0,8 \rightarrow C_m$$

$$\chi = 0,5 \rightarrow W_\infty$$

Para el apartado 2 se recomienda tomar los ángulos de planeo lambda correspondientes a los valores de α de $9,1^\circ$; $16,4^\circ$ y $18,3^\circ$.

El apartado 3 es inmediato pues conocemos L/t y $t = 2\pi r/z$.

Es aconsejable adoptar las siguientes definiciones:

$$\Omega = \omega \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}}$$

$$\psi = \frac{H}{\frac{U_2^2}{2g}}$$

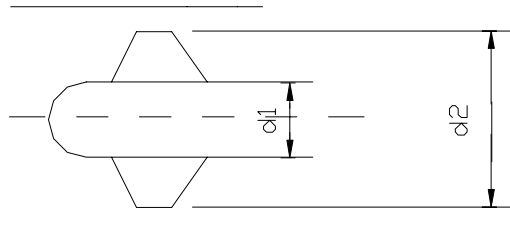


Fig. 22.2

22.2 Resolución

1. En primer lugar, podemos comprobar que la máquina corresponde a una turbomáquina de flujo axial, para ello debemos evaluar la velocidad específica adimensional Ω . Donde:

$$\begin{aligned}\omega &= 2.500 \text{ rpm} \cdot (2\pi/60 \text{ seg}) = 261,8 \text{ rad/s} \\ Q &= 3 \text{ m}^3/\text{s} \\ Y &= gH = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m} = 980 \text{ J/Kg}\end{aligned}$$

Sustituyendo valores, resulta

$$\Omega = 261,8 \frac{\sqrt{3}}{980^{3/4}} = 2,588$$

Este valor está incluido en el intervalo correspondiente a máquinas axiales por ser $2,588 > 2,2$.

Para determinar el diámetro de la periferia D_2 hemos de recurrir a calcular la velocidad de arrastre U_2 , a partir de la definición de la cifra característica de la altura de elevación, donde:

$$\begin{aligned}H &= 100 \text{ m} \\ \psi &= 0,25\end{aligned}$$

Luego:

$$U_2 = \sqrt{\frac{2gH}{\psi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m}}{0,25}} = 88,54 \text{ m/s}$$

pero la velocidad de arrastre es igual a:

$$U_2 = \omega \cdot \frac{D_2}{2}$$

Despejando D_2 resulta:

$$D_2 = \frac{2 \cdot U_2}{\omega} = \frac{2 \cdot 88,54 \text{ m/s}}{261,8 \text{ rad/s}} = 0,6764 \text{ m}$$

Para el cálculo de la componente meridiana de la velocidad absoluta a la salida del rodete, podemos proceder aplicando la definición de caudal:

$$Q = C_{2m} \cdot S_{paso} = C_{2m} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_2^2 - D_1^2)$$

$$Q = C_{2m} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]$$

de donde se deduce:

$$C_{2m} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}$$

y numéricamente:

$$C_{2m} = \frac{3 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi}{4} \cdot (0,6764 \text{ m})^2 \cdot (1 - 0,8^2)} = 23,184 \text{ m/s}$$

Por otra parte, la desviación tangencial de la corriente se puede calcular aplicando la ecuación de Euler y teniendo en cuenta el rendimiento hidráulico. Para máquinas axiales

$$Y_t = U_2 \cdot \Delta C_{U_2}$$

$$\eta_h = \frac{Y}{Y_t}$$

combinando ambas expresiones, se deduce:

$$\Delta C_{U_2} = \frac{Y}{\eta_h \cdot U_2} = \frac{980 \text{ J/Kg}}{0,9 \cdot 88,54 \text{ m/s}} = 12,29 \text{ m/s}$$

Por último, para evaluar la velocidad relativa de la corriente no perturbada, podemos considerar la forma particular de los triángulos de Euler cuando el grado de reacción es igual a $\chi = 0,5$

$$\chi = \frac{w_{\infty u}}{U_2} = 0,5$$

$$w_{\infty u} = 0,5 \cdot U_2 = 0,5 \cdot 88,54 \text{ m/s} = 44,27 \text{ m/s}$$

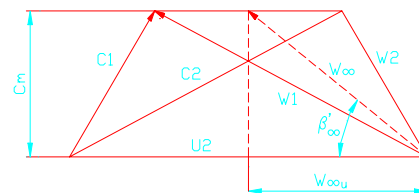


Fig. 22.3

Teniendo en cuenta que

$$w_{\infty} = \sqrt{C_m^2 + w_{\infty u}^2}$$

resulta:

$$w_{\infty} = \sqrt{(23,184\text{m/s})^2 + (44,27\text{m/s})^2} = 49,97\text{m/s}$$

2. Para determinar la relación cuerda/paso para tres ángulos de planeo α , hemos de recurrir a la teoría aerodinámica:

$$C_Y \frac{L}{t} = 2 \cdot \frac{\Delta C_U}{w_{\infty}} \cdot \frac{\sin \beta'_{\infty}}{\sin(\beta'_{\infty} + \lambda)}$$

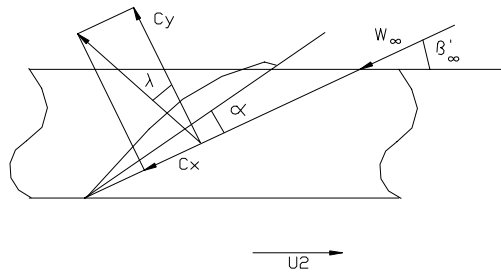


Fig. 22.4

De la gráfica "curva polar" del perfil aerodinámico, deducimos los siguientes valores:

Tabla 22.a

α	C_Y	C_X	$\text{tg } \lambda$	λ
9,1	1,12	0,08	0,0714	4,0°
16,4	1,4	0,13	0,093	5,3°
18,3	1,42	0,17	0,1197	6,8°

Del modelo aerodinámico, se deduce:

$$\frac{L}{t} = \frac{2}{C_Y} \cdot \frac{\Delta C_U}{w_{\infty}} \cdot \frac{\sin \beta'_{\infty}}{\sin(\beta'_{\infty} + \lambda)}$$

donde el ángulo β'_{∞} lo hallamos:

$$\text{tg } \beta'_{\infty} = \frac{C_{2m}}{w_{\infty u}} = \frac{23,184\text{m/s}}{44,27\text{m/s}} = 0,5237$$

$$\beta'_{\infty} = 27,64^{\circ}$$

Numéricamente, obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 22.b

α	λ	$\beta_{\infty} + \lambda$	L/t
9,1	4	31,64	0,3884
16,4	5,3	32,94	0,2997
18,3	6,8	34,44	0,284

El óptimo es el correspondiente a $\alpha=9,1$.

3. Si definimos el número de álabes en función del paso, resulta:

$$z = \frac{\pi D_2}{t}$$

Los valores de la cuerda del perfil para distintos casos serán:

Tabla 22.c

z	t	$L = t \cdot (L/t)$
4	0,5312	0,206
6	0,3541	0,106
10	0,2125	0,059

Problema 23

23.1 Enunciado

Las condiciones de funcionamiento de una soplante son las siguientes:

Caudal: $4 \text{ m}^3/\text{s}$

Velocidad de accionamiento: 2000 rpm

Aspira aire de un recinto en el que reina una presión constante e igual a $2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ y una temperatura de 12°C , elevando su presión en 100 mm c. de agua. Se pide:

1. Empleando las correlaciones adjuntas, determinar el coeficiente de altura de elevación y los diámetros del cubo y de la periferia.

$$\eta_H = 0,9 - 0,00013 \cdot n_q$$

$$\Psi = 0,7 - 0,002 \cdot n_q \quad \text{para } n_q < 31$$

$$\Psi \cong 0,15 - 0,0013 \cdot n_q \quad \text{para } n_q \geq 315$$

$$\frac{r_c}{r_p} \geq \sqrt{0,8 \cdot \Psi}$$

$$\Psi = \frac{H}{\frac{U^2}{2g}}$$

$$n_q = n \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

2. Adoptar el perfil aerodinámico que se crea más conveniente de entre los disponibles y calcular

para la cascada correspondiente a la periferia el ángulo de calado. Se dan las curvas polares y las del coeficiente de empuje versus ángulo de ataque de diferentes perfiles.

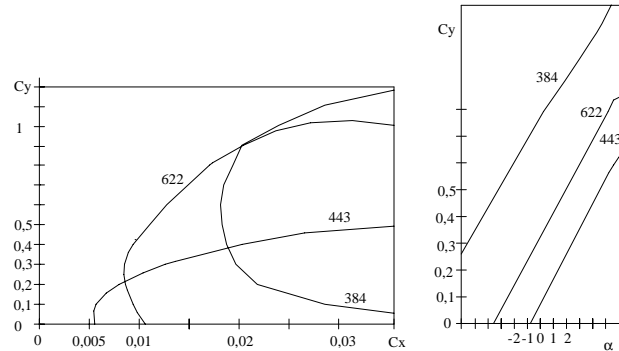


Fig. 23.1

3. Admitiendo que la corriente a la salida del rodete debe ser axial, determinar el grado de reacción y trazar la disposición de los álabes de la directriz de entrada, del rodete y del difusor. Éste último si procede.

23.2 Resolución

1. En primer lugar debemos analizar de qué tipo de máquina hidráulica se trata; para ello utilizaremos la definición de la velocidad específica que aporta el enunciado:

$$n_q = n \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

Como

$$n = 2.000 \text{ rpm}$$

resulta:

$$n_q = 2.000 \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

Q (m^3/s); H (m); n (rpm) en donde H (m), energía por unidad de peso, es igual a:

$$\Psi (m) = \frac{Y (J/Kg)}{g (m/s^2)} = \frac{\Delta P (Pa)}{g (m/s^2)} = \frac{\rho_{H_2O} g \Delta h}{g} = \frac{\rho_{H_2O} \Delta h (m.c.H_2O)}{\rho_{AIRE}}$$

Siendo

$$\rho_{AIRE} = \frac{P}{RT} = \frac{2,5 \cdot 10^5 (Pa)}{287 \left(\frac{J}{Kg \cdot K}\right) (273 + 12)(K)} = 3,056 \frac{Kg}{m^3}$$

$$H (m) = \frac{1.000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 0,1 m}{3,056 \frac{Kg}{m^3}} \cong 32,72 m$$

que, haciendo las sustituciones implica:

$$n_q = 2.000 \frac{\sqrt{4}}{32,7^{3/4}} = 292,4 \rightarrow MAQ. AXI$$

y, por tanto, el coeficiente de altura de elevación será:

$$\psi = 0,7 - 0,002 n_q = 0,116$$

por lo que podemos evaluar la relación de diámetros:

$$v = \frac{D_c}{D_p} \geq \sqrt{0,8 \cdot \psi} = 0,305$$

Para evaluar los diámetros de las cascadas de las secciones del cubo y de la periferia podemos partir de la definición del coeficiente de altura de elevación:

$$\Psi = \frac{H}{\frac{U^2}{2g}}$$

en donde:

$$H = 32,7 m$$

$$U = U_p = \omega \frac{D_p}{2} \Rightarrow \frac{U^2}{2g} = \frac{\omega^2 D_p^2}{8g}$$

$$\frac{\omega^2 D_p^2}{8g} = \frac{H}{\Psi} \Rightarrow D_p = \sqrt{\frac{8gH}{\omega^2 \Psi}}$$

Numéricamente:

$$D_p = \sqrt{\frac{8 \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 32,7 m}{[2.000 \frac{2\pi rad}{60 s}]^2 \cdot 0,116}} = 0,709 m$$

$$D_c \geq 0,3 \cdot D_p = 0,216 m$$

En este ejemplo adoptamos los siguientes valores:

$$D_p = 0,7 m$$

$$D_c = 0,3 m$$

2. La ecuación de continuidad nos permite escribir

$$C_m = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}[D_p^2 - D_c^2]}$$

$$C_m = \frac{4 m^3/s}{\frac{\pi}{4}[0,7^2 - 0,3^2] m^2} = 12,73 m/s$$

Por otra parte,

$$U_p = \omega \frac{D_p}{2} = 2.000 \frac{2\pi}{60} \frac{0,7}{2} = 73,30 m/s$$

Admitiendo la hipótesis enunciada en el tercer apartado $C_{2u}=0$ y que

$$\beta_2 = \arctg \frac{U_p}{C_m} \Rightarrow \beta_2 = 80,15^\circ$$

$$C_m = 12,73 \text{ m/s}$$

$$U_p = 73,30 \text{ m/s}$$

ya podemos dibujar el triángulo de Euler a la salida del rodete:

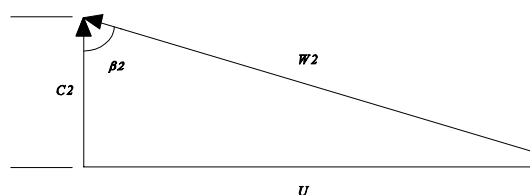


Fig. 23.2

De acuerdo con la ecuación de Euler, tenemos:

$$Y = Y_t \eta_H \Rightarrow \Delta C_U = \frac{Y}{U \eta_H}$$

$$\eta_H = 0,9 - 0,00013 n_q = 0,9 - 0,00013 \cdot 292,4$$

$$\eta_H = 0,862$$

$$Y = g H = 9,8 \cdot 32,7 = 320,46 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$U = 73,30 \text{ m/s}$$

$$\Delta C_U = \frac{320,46}{73,30 \cdot 0,862} = 5,07 \text{ m/s}$$

El triángulo de velocidades a la entrada será:

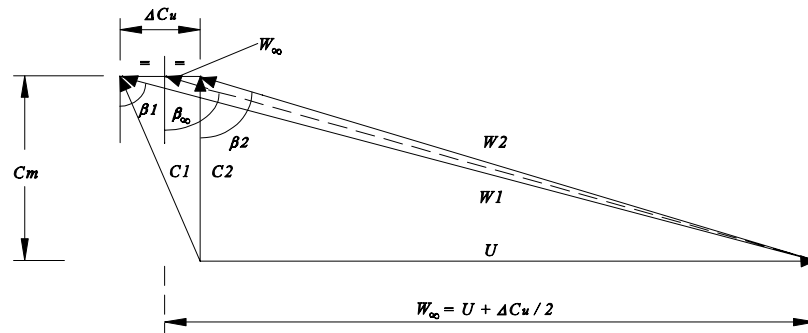


Fig. 23.3

$$\omega_{\infty U} = U + \frac{\Delta C_U}{2}$$

$$\omega_{\infty} = \sqrt{\omega_{\infty U}^2 + C_m^2} = 76,90 \text{ m/s}$$

$$\omega_{\infty U} = 73,30 + \frac{5,07}{2} = 75,84 \text{ m/s}$$

$$\operatorname{tg} \beta_{\infty} = \frac{\omega_{\infty U}}{C_m} = \frac{75,84}{12,73} \Rightarrow \beta_{\infty} = 80,47^\circ$$

Para un perfil aerodinámico se debe cumplir:

$$C_Y \cdot \frac{L}{t} = \frac{2 \Delta C_U C_m}{\omega_{\infty}^2} \frac{\cos \lambda}{\cos[\beta_{\infty} - \lambda]}$$

Admitiendo en primera aproximación los valores de $\lambda \approx 0$ y $L/t = 1/3 = 0,769$, resulta:

$$C_Y = 1,3 \cdot 2 \frac{5,07}{76,90^2} 12,73 \frac{1}{\cos 80,47^\circ} \approx 0,17$$

De todos los perfiles aerodinámicos disponibles nos parece adecuado elegir el PERFIL n° 443, ya que para este C_Y obtenemos el λ óptimo de este perfil.

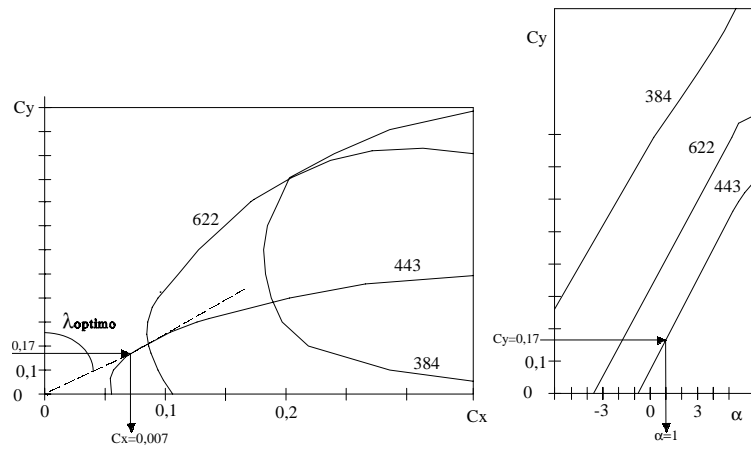


Fig. 23.4

3. Tenemos

$$\alpha \approx 1^\circ$$

$$C_X = 0,007$$

$$\lambda_{\text{óptimo}} = \arctg \frac{0,007}{0,17} \cong 2,36^\circ$$

Para hallar el valor exacto de C_Y implicaría utilizar en los cálculos el nuevo valor de $\lambda=2,36^\circ$.

El ángulo de calado será:

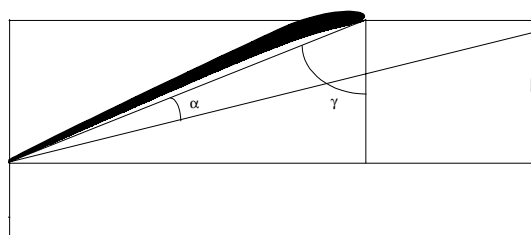


Fig. 23.5

$$\gamma = \beta_\infty - \alpha = 80,47^\circ - 1^\circ = 79,47^\circ$$

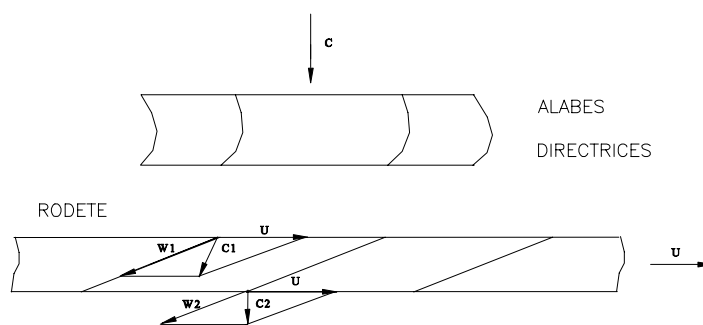


Fig 23.6

El grado de reacción será:

$$\chi = \frac{\omega_{\infty U}}{U} = \frac{75,84}{73,30} \cong 1,035$$

Problema 24

24.1 Enunciado

El nivel de potencia acústica en el oído de aspiración de un ventilador, considerado como la fuente principal de ruido, está definido por los siguientes valores:

Tabla 24.a

OCTAVA	63	125	250	500	1.000	2.000	4.000	8.000
dB	85	87	83	78	74	70	68	66

Estos valores corresponden al punto de funcionamiento óptimo definido por:

- caudal: 1,8 m³/s,
- presión total: 760 Pa,
- temperatura del aire: 20 °C.

Se pide:

1. Calcular el nivel de potencia acústica de un ventilador homotético, diseñado para impulsar un caudal de 3 m³/s bajo una presión total de 900 Pa.
2. Evaluar el incremento del ruido si la temperatura del aire asciende a 180°C.

$$N \text{ (potencia acústica)} \propto \frac{\Delta P^2 Q}{\rho c^2} f(\Phi)$$

en donde:

$$f(\Phi) = \frac{1}{\Psi^2 \phi} f'(\Phi)$$

$$\Psi = \frac{\Delta P}{\rho U^2}$$

$$\phi = \frac{Q}{UD^2}$$

Hipótesis: Homotético y $f(\Phi)=cte$.

24.2 Resolución

1. En primer lugar, debemos combinar los niveles de potencia acústica que corresponden a distintas octavas. Para ello aplicaremos la siguiente expresión:

$$N_{wA} (dB) = 10 \cdot \log \sum_{i=1}^n \left[\text{antilog} \frac{N_{wi}}{10} \right]$$

Tabla 24.b

<i>n° octava</i>	N_{wi}	<i>antilog ($N_{wi}/10$)</i>
63	85	3,162 E8
125	87	5,0118 E8
250	83	1,9952 E8
500	78	6,3095 E7
1.000	74	2,5118 E7
2.000	70	1,0 E7
4.000	68	6,3095 E6
8.000	66	3,981 E6
		1,1254 E9

$$N_{w_A} (dB) = 10 \log[1,1254 E9] \approx 90,51 \text{ dB}$$

Este nivel de potencia acústica corresponde a un ventilador cuyos parámetros característicos son:

$$\begin{aligned} Q &= 1,8 \text{ m}^3/\text{s} \\ \Delta P_T &= 760 \text{ Pa} \\ T &= 20^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Para conocer lo que ocurre con un ventilador homotético es suficiente aplicar los clásicos criterios de semejanza:

$$\frac{N_{\text{modelo}}}{N_{\text{prototipo}}} \approx \frac{[\Delta P_T^2 Q]_{\text{modelo}}}{[\Delta P_T^2 Q]_{\text{prototipo}}}$$

$$N_w (dB) = 10 \cdot \log N_w \approx N_M (dB) + 10 \cdot \log \frac{[\Delta P_T^2 Q]_P}{[\Delta P_T^2 Q]_M}$$

$$N_w (dB) \approx 90,51 + 10 \cdot \log \left[\frac{900^2 \cdot 3}{760^2 \cdot 1,8} \right]$$

$$N_w (dB) \approx 90,51 + 3,687 \approx 94,2 \text{ dB}$$

2. En este apartado se trata de demostrar la influencia de la temperatura. Si admitimos que trabajamos con un mismo ventilador pero con el fluido a distinta temperatura, resulta:

$$\frac{N_{T1}}{N_{T2}} \approx \frac{[1 / \rho c^2]_{T1}}{[1 / \rho c^2]_{T2}} = \frac{[\rho c^2]_{T2}}{[\rho c^2]_{T1}}$$

De acuerdo con la ecuación de estado:

$$\frac{P}{\rho} = R \cdot T$$

y admitiendo $P = \text{cte}$, tenemos:

$$\rho \approx K \frac{1}{T}$$

Por otro lado, la velocidad de propagación de una perturbación es:

$$c = \sqrt{\gamma R T} \approx K' \sqrt{T}$$

que también podemos escribir como:

$$c^2 \approx K'' \cdot T$$

En consecuencia,

$$\rho c^2 \approx K \frac{1}{T} K'' T = cte$$

independiente de la temperatura.

Esta conclusión nos permite darnos cuenta de que la variación de temperatura no afecta al nivel de potencia acústica.